



UNIVERSIDAD TÉCNICA NACIONAL
VICERRECTORÍA DE INVESTIGACIÓN Y
POSTGRADO CENTRO DE FORMACIÓN PEDAGÓGICA
Y TECNOLOGÍA EDUCATIVA
MAESTRÍA EN ENTORNOS VIRTUALES DE APRENDIZAJE

PROYECTO DE INTERVENCIÓN

**PROYECTO PARA MEJORAR LAS HABILIDADES MATEMÁTICAS Y
TRIGONOMÉTRICAS DE LOS APRENDICES DEL PROGRAMA DE
INSTALACIONES ELÉCTRICAS EN MEDIA Y BAJA TENSIÓN DEL CENTRO
DE FORMACIÓN GENTE ESTRATÉGICA**

PREPARADO POR: CARLOS EDUARDO BERNAL RODRÍGUEZ

TUTOR DEL PROYECTO: MARIELA DELAURO

2018

Índice

Resumen Técnico	4
PROPUESTA DEL PROYECTO	5
1. El problema	6
1.1 El problema	6
1.2 Justificación	6
1.3 Contexto del problema	7
2. Prospectiva	9
3. Propuesta Pedagógica	11
4. Objetivos	12
4.1 Objetivo General	12
4.2 Objetivos Específicos	13
5. Resultados esperados	13
6. Aspectos Operativos	13
6.1 Administración	13
6.2 Aprendizaje y tecnología	14
6.3 Tutoría	17
6.4 Materiales didácticos	17
7. Evaluación y Seguimiento	18
7.1 Evaluación	18
7.2 Seguimiento	19
7.3 Indicadores de evaluación	20
8. Cronograma	22
9. Presupuesto	23
10. Bibliografía	23
DESARROLLO DEL PROYECTO	25
1. Nombre del curso	26
2. Selección y justificación de las herramientas tecnológicas	26
3. Planificación de las clases	28
3.1. Núcleos y Clases	28
3.2. Clase 1: De lo racional a lo real	28
3.3. Clase 2: Hallando Incógnitas	30
3.4. Clase 3: No tan complejo.	32
4. Redacción de clases	34

4.1. Clase 1: De lo racional a lo real	34
4.2. Clase 2: Hallando incógnitas	39
4.3. Clase 3: No tan complejo	44
5. Captura de pantalla de las clases	50
DOCUMENTOS ELABORADOS	53
1. Guía Didáctica	54
2. Módulo	60
Conclusiones	81

Resumen Técnico

Con esta propuesta se pretende mejorar las habilidades matemáticas y trigonométricas de los aprendices del programa de Instalaciones Eléctricas en media y baja tensión del Centro de formación para el trabajo Gente Estratégica, esto se debe a que, el contenido del curso de Introducción a Matemática y Trigonometría es extenso y el tiempo asignado presencialmente no es el suficiente para abordarlo en su totalidad.

Lo que se propone con este proyecto es un curso virtual que complemente el desarrollo presencial, empleando un método de aprendizaje mixto o blended learning, con la intención de ejecutar el programa completamente sin necesidad de aumentar la intensidad horaria presencial.

El uso de la tecnología es fundamental para el desarrollo del curso, sin embargo, este también se elaboró teniendo en cuenta la base pedagógica adoptada por la institución que es el constructivismo y su lema Aprendiendo Haciendo, esto, con el fin de garantizar un aprendizaje significativo.

PROPUESTA DEL PROYECTO

1. El problema

1.1 El problema

En el centro de formación para el trabajo Gente Estratégica están a mi cargo diversos módulos de inglés y matemáticas en los distintos programas que posee la institución. Entre dichos programas, se encuentra el de Instalaciones Eléctricas en Media Baja Tensión y los aprendices de dicho programa pertenecen a poblaciones vulnerables (indígenas, afrodescendientes y víctimas del conflicto armado) y su rango de edad oscila entre 16 y 30 años. El programa de electricidad requiere que los estudiantes posean un nivel intermedio en matemáticas y trigonometría, y la mayoría de ellos reflejan grandes debilidades en estas áreas. El centro de formación ha desarrollado un módulo presencial introductorio de 40 horas para fortalecer las competencias matemáticas siendo este periodo insuficiente por el gran contenido a desarrollar. Es necesario diseñar un curso en entornos virtuales de aprendizaje (curso EVA) para complementar el módulo introductorio, de manera que los aprendices logren alcanzar el nivel requerido y puedan cursar las asignaturas de electricidad sin deficiencias en matemáticas y trigonometría.

1.2 Justificación

En Gente Estratégica centro de formación los aprendices cuentan con patrocinio al cien por ciento de diversas entidades y empresas. Este apoyo tiene como propósito la inclusión de los estudiantes en el campo laboral una vez terminen la etapa lectiva. En el caso del programa de Instalaciones Eléctricas en Media y Baja Tensión tenemos que la duración del programa está entre las más cortas del centro (entre seis y siete meses) debido a que la entidad patrocinadora requiere del personal capacitado con prontitud para abastecer la demanda laboral. En vista de que es necesario que los estudiantes de electricidad culminen su periodo académico con mayor prontitud con respecto a los demás programas, es vital implementar el curso EVA complementario de matemática y trigonometría, para así evitar incluir más horas al módulo presencial introductorio, y de esta forma, no prolongar el tiempo del cursado y, por ende, no afectar los requerimientos de la entidad patrocinadora.

Como beneficio se establecerá un precedente en la institución para la implementación de modelos virtuales similares en otras áreas. El apoyo de la institución es posible ya que a pesar de que el desarrollo académico es totalmente presencial, el centro cuenta con una plataforma educativa o LMS para el proceso educativo y dicho LMS no cuenta con ciertas herramientas. Por tal motivo, será necesario emplear un LMS adicional, en este caso Coursesites, que permita la creación de los elementos requeridos para el curso EVA. Si el propósito de este proyecto arroja resultados favorables, es posible hacer una solicitud formal para un LMS con herramientas de mayor alcance, y esto también cuenta como un beneficio para la institución.

1.3 Contexto del problema

Los aprendices a quienes está dirigido el proyecto pertenecen al programa Instalaciones Eléctricas en Media y Baja Tensión del centro de formación para el trabajo Gente Estratégica. La mayoría no viven cerca de la institución y un número considerable de ellos se encuentran en situaciones económicas y sociales difíciles. La institución, con el apoyo de entidades nacionales e internacionales, les brinda la posibilidad de estudios gratuitos debido a su situación de vulnerabilidad al pertenecer a comunidades indígenas, afrodescendientes, o ser víctimas del conflicto armado. Este programa tiene la particularidad de que todos sus aprendices son hombres, por el tipo de labor para la que se están capacitando, pero no es un requisito obligatorio para un aspirante. Las edades de estos muchachos se encuentran entre dieciséis y treinta años, y casi todos tienen como base académica solo la secundaria. Son pocos los aprendices que cuentan con recursos digitales para desarrollar un curso EVA desde su hogar, pero la institución cuenta con instalaciones propicias como salas de cómputo, laboratorios, equipos actualizados y conexión a internet para que ellos trabajen en jornadas extracurriculares. A pesar del rango amplio de edades, los aprendices poseen habilidades suficientes en el manejo de las tecnologías, sobre todo los más jóvenes quienes representan la mayoría del curso.

Todos los aprendices de este programa deben cursar un módulo introductorio de cuarenta horas presenciales de Matemática y Trigonometría, cuyo objetivo principal es nivelar a los aprendices en estas áreas como requisito para las asignaturas de electricidad debido a las debilidades que presentan. El módulo es relativamente nuevo y está a mi cargo y en una eventual transición a una modalidad mixta o netamente virtual no sería sencilla en principio por factores como la adaptación a un nuevo LMS. Sin embargo, en el proceso de inducción está contemplado una breve capacitación sobre el manejo de la plataforma.

La institución educativa tiene un modelo pedagógico constructivista y su lema es aprender haciendo. A pesar de que la totalidad de los programas se desarrollan de forma presencial, el centro cuenta con recursos tecnológicos tales como aulas informáticas, salones dotados con proyectores digitales (video beam) y portátiles disponibles para los aprendices. A continuación, se citan la misión y visión del centro de formación Gente Estratégica:

Misión

Promovemos la Construcción de un País con Enfoque de Inclusión y Diversidad. A partir de nuestra Ruta de Inclusión Laboral buscamos conectar a las comunidades en situación de vulnerabilidad, poblaciones étnicas minoritarias y víctimas del conflicto armado, con las oportunidades de empleo formal, utilizando como vehículo la formación de alta calidad centrada en dos grandes pilares: el fortalecimiento de Competencias Socio Emocionales y el desarrollo de Competencias Técnicas Laborales y/o Competencias Emprendedoras, propiciando con ello igualdad de oportunidades, generación de ingreso estable y digno y reducción de la pobreza.

Promovemos la articulación de alianzas público privadas, tanto nacionales como internacionales, para la búsqueda de recursos que nos permitan ofrecer programas de formación gratuita.

Articulamos el entorno académico con el sector empresarial, buscando la total pertinencia de nuestra oferta académica, la aplicación del conocimiento a través de innovadores ambientes de aprendizaje y las oportunidades de práctica laboral de nuestros estudiantes.

Garantizamos la excelencia académica apoyados en docentes de primer nivel provenientes del sector empresarial y en la utilización de avanzadas tecnologías de la información y la comunicación.

Visión 2016 -2020

Nos consolidaremos a nivel nacional, como la institución educativa número uno de Colombia en promover la inclusión laboral de comunidades en situación de vulnerabilidad, poblaciones étnicas minoritarias y víctimas del conflicto armado.

Promoveremos el desarrollo de la Economía Naranja o Industrias Creativas en Colombia, a través de la formación del talento humano que requiere esa industria.

Posicionaremos la marca SUPER E, como empresa escuela y empresa ancla de proyectos de emprendimiento en los sectores de panadería, repostería y cocina saludable.

2. Prospectiva

Escenario Ideal

En un término de dos años, los aprendices del programa de Instalaciones eléctricas en media y baja tensión contarán con los recursos tecnológicos tales como diversas aulas dotadas con equipos para todos, con conexión a internet estable para todos los equipos, también un LMS que cuente con más herramientas de la web 2.0, como Coursesites por ejemplo. Adicionalmente, el módulo de Matemática y Trigonometría se ofrecerá netamente como entorno virtual de aprendizaje para que sea desarrollada a distancia por los aprendices del programa de electricidad. Los tutores a cargo del curso cumplirán con un perfil académico que incluya el dominio de diversos LMS, tic, y las competencias de las áreas a impartir. Los materiales de estudio serán diseñados por los mismos tutores del curso en colaboración con los docentes de electricidad. Por último, los aprendices serán capaces de conformar grupos autodirigidos para

que así logren construir su propio conocimiento con la orientación docente necesaria y alcancen las competencias requeridas a través de la virtualidad de forma eficaz. Se pretende también que este sea un impulso para una transición de la modalidad presencial a la mixta para las competencias específicas y de la modalidad presencial a la virtual para las competencias generales.

Escenario Posible

Los aprendices en el centro de formación Gente Estratégica actualmente reciben educación gratuita con el apoyo de diversas instituciones nacionales e internacionales, y gracias a ese apoyo los estudiantes cuentan hoy con una sala informática de alta calidad y con capacidad para 50 personas, al mismo tiempo, la institución tiene a disposición portátiles para ser empleados en las sesiones presenciales, y a pesar del gran número de programas que se imparten en la institución se cuenta con un cronograma bien diseñado para el uso adecuada de la sala y de los equipos.

Para el recurso fundamental de un curso EVA como lo es el internet, la institución dispone de una buena conexión a internet para los equipos institucionales y cuenta con una zona wifi para que los aprendices que disponen de portátiles o dispositivos móviles puedan conectarse gratuitamente. En algunas ocasiones (pocas veces) la conexión se limita por el número de dispositivos conectados, pero el centro cuenta con personal técnico que están prestos a solucionar estos impases que hay que tener en consideración.

El LMS Q10 Soluciones con que cuenta el centro no es el más moderno, no obstante, cumple con unas características básicas que permiten un desempeño adecuado a un costo apropiado para la institución. Esta plataforma, cuenta con los siguientes espacios: Anuncios espacio para publicar noticias, Contenidos para publicar clases y/o asignaciones, Archivos espacio designado para publicar contenidos y, un chat para mantener comunicación con los aprendices. De manera adicional, trae herramientas administrativas como el control de asistencias y un espacio para la publicación de notas. La plataforma carece de una herramienta fundamental como lo son los foros, por lo cual, es necesario incluir Coursesites como LMS adicional para ejecutar el proyecto.

Algunos aprendices poseen deficiencias en algunos aspectos educativos tales como la comprensión lectora, redacción, ortografía y lectura crítica, los cuales, son esenciales para el desarrollo adecuado de un curso EVA. Estos estudiantes requerirán mayor atención al desarrollar este proyecto, pero los jóvenes en su mayoría poseen las habilidades necesarias para llevar a cabo con las asignaciones del curso EVA.

3. Propuesta Pedagógica

Esta propuesta procura mejorar las habilidades matemáticas y trigonométricas de los estudiantes del programa de Instalaciones Eléctricas en media y baja tensión que cursan el módulo introductorio Matemática y Trigonometría en el centro de formación Gente estratégica.

A través de la implementación de clases complementarias en un curso EVA que profundicen los contenidos desarrollados en las sesiones presenciales, de manera que se empleará un método de aprendizaje mixto o blended learning y partiendo de la teoría del desarrollo cognitivo de Piaget, y pasando por las teorías del aprendizaje por descubrimiento de Bruner y el aprendizaje significativo de Ausubel, y sin dejar de lado la teoría social-cognitiva de Vygotsky que convergen en el constructivismo utilizado en el centro de formación como base pedagógica.

Piaget (1981) menciona que “El periodo de operaciones formales, iniciado hacia los 12 años y consolidado hacia los 15, establece el transcurso de lo concreto a lo abstracto y se caracteriza por la ejecución de acciones mentales desligadas del contacto directo con el objeto” (Citado en Pardo y Olea, 1993, p.24). De esta forma, se busca con este curso crear un ambiente que estimule y permita a los estudiantes acceder a la etapa de operaciones formales, indispensable para el aprendizaje de las matemáticas.

Baro (2011) destaca de la teoría de Bruner que “El aprendizaje por descubrimiento se produce cuando el docente le presenta todas las herramientas necesarias al alumno para que descubra por sí mismo lo que desea aprender”. En base a esto, propenderemos que los contenidos desarrollados se lleven al

lenguaje propicio para facilitar que los jóvenes puedan comprenderlos por sus propios medios.

Según Ausubel (1983):

El aprendizaje significativo ocurre cuando una nueva información "se conecta" con un concepto relevante ("subsuntor") pre existente en la estructura cognitiva, esto implica que, las nuevas ideas, conceptos y proposiciones pueden ser aprendidos significativamente en la medida en que otras ideas, conceptos o proposiciones relevantes estén adecuadamente claras y disponibles en la estructura cognitiva del individuo y que funcionen como un punto de "anclaje" a las primeras.

Con relación a esto, podemos afirmar que no basta que los contenidos sean fáciles de comprender, sino que deben tener una relación con los conocimientos previos de los aprendices. Para ello, se requerirá de recursos multimedia como ilustraciones, audios, videos y animaciones estableciendo una conexión con el contexto académico y social de los aprendices, permitiendo que el proceso de aprendizaje sea significativo.

De acuerdo a Vygotsky, "las funciones mentales superiores se adquieren y se desarrollan a través de la interacción social" (citado en Rafael, 2007, p. 21); esto implica que se deben desarrollar contenidos y asignaciones que procuren la interacción de los alumnos con sus pares, con los docentes y con su entorno de forma que esto coadyuve al fortalecimiento de las habilidades matemáticas y trigonométricas.

Estas corrientes mencionadas previamente son parte esencial de la perspectiva pedagógica cognitiva o constructivista sobre la cual se fundamenta este proyecto.

4. Objetivos

4.1 Objetivo General

Profundizar los conocimientos en matemática y trigonometría de los estudiantes del programa de Instalaciones eléctricas en media y baja tensión del centro de

formación Gente Estratégica, mediante un EVA que complemente el módulo introductorio de estas áreas.

4.2 Objetivos Específicos

- Incorporar en el proceso de inducción de aprendices capacitaciones del manejo del LMS.
- Desarrollar la estructura curricular del curso EVA en matemáticas y trigonometría
- Diseñar y elaborar los contenidos del curso EVA en matemáticas y trigonometría
- Promover el uso constante del curso EVA durante el módulo introductorio.
- Fomentar el trabajo colaborativo para el desarrollo del curso EVA durante el módulo introductorio.
- Realizar seguimiento periódicamente para conocer el avance y resultado de la implementación del curso EVA.

5. Resultados esperados

Al término de 2 meses los aprendices del programa de instalaciones eléctricas en media y baja tensión, nivelen sus habilidades y conocimientos en matemática y trigonometría a través de un curso EVA complementario al módulo introductorio, y a su vez esto les permita tener las bases suficientes para desarrollar las competencias de la especialidad con el fin de culminar el programa en los 4 meses restante sin mayores inconvenientes y en el tiempo indicado por el ente patrocinador de los estudiantes.

6. Aspectos Operativos

6.1 Administración

La administración debe estar a cargo de la coordinación académica del centro, quien designa a la asistente para las tareas que esto conlleva. El centro de formación cuenta con el LMS Q10 Soluciones y en él se registran a los aprendices matriculados de la institución, la creación y asignación de cursos presenciales a través de este, es realizada por la asistente de la coordinadora

académica. De igual forma, las asignaciones del curso EVA con el LMS Coursesites deben ser realizadas por la asistente de la coordinación una vez el curso base o semilla esté finalizado. La asistente deberá ser capacitada por los desarrolladores del curso en cómo debe cargarse el curso luego de ser diseñado, de tal manera que en cada programación los cursos mantengan una misma estructura.

La institución cuenta con un equipo amplio de docentes dentro de los cuales se encuentran expertos diseñadores gráficos, y serán estos mismos se encargarán de elaborar el curso semilla para que cumpla con las características técnicas y visuales para lleve consigo todos los elementos institucionales.

Para garantizar la calidad del proceso es necesario un acompañamiento por parte de la coordinación académica, quien, en este caso podrá designar a una o varias personas (dependiendo del número de tutores) para que realicen seguimiento a los docentes durante la ejecución de los cursos. Este personal debe procurar que los instructores tengan ingresos diarios a la plataforma, que cumplan con los tiempos estipulados para la atención y que las retroalimentaciones que se brindan a los aprendices sean profundas y acordes al desempeño de los estudiantes. De igual forma, deberán vigilar que se les dé un uso adecuado a los recursos de la institución.

Al finalizar los cursos, este mismo personal deberá asegurar que cada instructor ha cumplido a cabalidad con la ejecución del curso y que a su vez ha registrado y publicado la calificación y devolución final del curso EVA.

6.2 Aprendizaje y tecnología

Práctica de Aprendizaje	Funcionalidad	Ejemplo Online
Clase	Texto, ilustraciones, Imágenes, Audios, Videos,	Para las clases se abordarán explicaciones de textos, y textos en si donde se incluyan diversos recursos multimedia de manera

		que los aprendices logren comprender de forma clara y sencilla las temáticas a tratar.
Lecturas	Textos, enlaces, archivos descargables (pdf)	Se les asignará a los estudiantes lecturas adicionales que complementen las temáticas expuestas en las clases.
Demostración	Skype, videos, gráficos, ilustraciones, imágenes	A través de Skype o a por medio de una grabación previa, los aprendices ven demostraciones matemáticas.
Observación	Skype, videos, gráficos, ilustraciones, imágenes, animaciones.	A través de animaciones o videos los aprendices observan la resolución de diversos ejercicios prácticos.
Investigación	Enlaces, motores de búsqueda, textos, archivos descargables, documentos compartidos.	Los aprendices deben realizar investigaciones antes del inicio de cada unidad con el fin de incrementar los conocimientos previos que estos poseen.
Preguntas y Respuestas	Foros de dudas, chats, correo electrónicos, skype o google hangouts, documentos FAQ.	Se programarán sesiones en línea periódicamente vía Skype o google hangouts para resolver dudas e inquietudes. De igual forma, se establecerán sesiones para el desarrollo de temáticas en conjunto con el tutor y/o invitados donde los estudiantes tendrán la posibilidad de exponer preguntas previamente diseñadas.

Lluvia de Ideas	Lugares de reuniones, chats grupales, Skype, google hangouts.	Grupos de estudiantes deben programar encuentros de estudio vía Skype o google hangouts con el fin de hacer una lluvia de ideas para establecer formas de resolver determinados problemas matemáticos. Los resultados deberán ser publicados en un chat grupal por uno de los miembros del grupo.
Quiz	Textos, formularios, gráficos, ilustraciones, imágenes, fotografía.	Por cada bloque temático los aprendices deberán presenta una prueba donde resuelvan diferentes ejercicios y de ser necesario se podrá solicitar una fotografía donde se evidencie el desarrollo del ejercicio o problema.
Portafolio	Drive, Dropbox	Se requerirá a los aprendices que conserven todas las evidencias presentadas durante el curso, individuales y grupales.
Ejercicios de aplicación	Animaciones, ilustraciones, Flash, videos.	Los aprendices practicarán con actividades tipo scorm (interactivas), donde puedan analizar y determinar por si solos si han tenido errores al solucionar problemas matemáticos y también en donde han cometido dichas fallas, si existieran.
Trabajo Final	Todas las funcionalidades	Los aprendices deberán demostrar que todo lo aprendido durante el curso, lo pueden aplicar

		a su especialidad que en este caso se trata de electricidad.
--	--	--

6.3 Tutoría

El curso EVA debe ser tutorado por la persona que tenga a cargo el módulo introductorio de matemática y trigonometría, de manera que esta logre hacer que el curso EVA y el módulo presencial se complementen adecuadamente. En principio por ser un programa nuevo con un número de aprendices bajo, la tutoría estará a mi cargo, pero ante la posibilidad de que el programa siga creciendo es necesario contar con más tutores lo cuales deben cumplir con un perfil académico que incluya Licenciatura en matemáticas, o Matemático con amplios conocimientos en pedagogía y las TIC, conocer el manejo de diversos LMS. Cada tutor deberá ser capacitado en los aspectos del manejo del curso y se incluirá también un fortalecimiento en el manejo del LMS con que cuenta la institución. Dicha capacitación deberá ser impartida por quienes desarrollen el curso EVA, previo a la ejecución del proyecto en la sala de informática del centro y en horarios establecidos por la coordinación académica para no alterar la programación de las clases presenciales de los tutores involucrados.

La tutoría del curso deberá ser diaria, excepto por los fines de semanas donde será opcional. Esto se deberá evidenciar demostrando la atención a inquietudes y solicitudes es en un tiempo menor a 24 horas y las devoluciones a las asignaciones deben ser entre 48 y 72 horas dependiendo de la exigencia de la asignación. Es de vital importancia que los tutores demuestren excelentes prácticas en redacción y ortografía, al igual que una excelente atención al usuario.

6.4 Materiales didácticos

Como se ha mencionado previamente el curso EVA aborda temáticas sobre matemática y trigonometría que son requeridas en los módulos superiores de electricidad del programa de instalaciones eléctricas del centro de formación Gente Estratégica. Sin embargo, los contenidos a desarrollar sobre las áreas mencionadas no se abordarán en general, sino que se debe dar un enfoque adecuado hacia lo requerido en electricidad. Dado esto, es necesario que los

materiales sean elaborados por los tutores del curso EVA en conjunto con los instructores de las áreas de electricidad de manera que se logre construir un producto que se ajuste a las necesidades de los aprendices y que no contenga información que no será utilizada posteriormente.

Los materiales en lo posible se deben diseñar uno para cada unidad que disponga el curso y a su vez, deben contener una extensión máxima de 40 páginas. El formato será pdf, puesto que tienen la posibilidad de ser vistos en línea y también de imprimirse, esta última, puede ser útil si se desea reducir el tiempo de conexión. El tiempo estimado para la elaboración de dichos materiales sería de dos meses previo a la ejecución del proyecto.

7. Evaluación y Seguimiento

7.1 Evaluación

Evaluación Inicial

Previo a la puesta en marcha del proyecto, es necesario verificar que todos los requisitos previstos para los resultados esperados se encuentren en cumplimiento, para esto se requiere elaborar una lista de chequeo con contenga todos los aspectos o requerimientos mínimos para el inicio de la ejecución del proyecto. Esta lista de chequeo debe ser elaborada por los desarrolladores del curso EVA en colaboración del personal a cargo de la administración del mismo. La implementación de esta lista de chequeo estará a cargo del equipo del proyecto, quienes determinarán si se cuenta con los requerimientos esenciales para dar vía libre al desarrollo.

Evaluación Desarrollo

Como no es posible evaluar todo el desarrollo del proyecto es necesario determinar en primera instancia un periodo de tiempo donde se pueda hacer la evaluación. Es apropiado que se realice a mediados de la implementación del curso EVA, de forma que exista un tiempo prudencial que permita obtener datos confiables de los diferentes participantes (estudiantes, tutores, personal administrativo).

Dichos datos se recolectarán con la realización de encuestas, las cuales, permitirán revelar que aspectos del proceso se están realizando adecuadamente y cuáles se deben mejorar. Al realizar la evaluación a mediados de la implementación se ajusta a la posibilidad de que existan aspectos a mejorar debido a que existirá tiempo suficiente para tomar los correctivos necesarios antes de la culminación del curso EVA.

La evaluación del desarrollo deberá ser realizada por los tutores en conjunto con el personal administrativo, quienes dictaminarán e implementarán las medidas que deberán realizarse en caso de que se presenten imprevistos que se consideren negativos para la consecución de los resultados esperados.

Evaluación Final

Esta evaluación final permitirá determinar si se alcanzaron los objetivos planteados obteniendo los resultados esperados. De forma similar a la evaluación inicial se implementará una lista de chequeo que contenga los aspectos que hacen parte de los resultados, de forma que se pueda corroborar que se han conseguido las metas preestablecidas.

La lista de chequeo debe ser elaborada e implementada por el equipo del proyecto, los cuales, deberán determinar si se ha logrado el objetivo general. En un eventual caso de no conseguirse deberán elaborar una retroalimentación que indique cuáles fueron las fallas durante el inicio y el desarrollo, y que correctivos deberán implementarse a futuro.

7.2 Seguimiento

Durante la ejecución del proyecto es indispensable realizar acciones de seguimiento con el fin de obtener información confiable y en este caso de forma periódica sobre la implementación del curso EVA. Este proceso de seguimiento se hace con el propósito de garantizar la consecución de los resultados esperados ya sea para avalar las acciones que se estén haciendo correctamente o para intervenir en aquellas que se presenten impactos negativos al proceso.

Dentro de las acciones que aportarán al proceso de seguimiento, se encuentra en primera instancia la creación de una memoria donde se registren todas las prácticas que se realizaron durante el desarrollo del proyecto. Esta memoria deberá ser realizada por los tutores a cargo, con la colaboración de los aprendices participantes.

También está la posibilidad de emplear un documento donde se pueda registrar el seguimiento de cada aprendiz, y a la vez, permita a los instructores hacer un análisis en conjunto en reuniones periódicas donde puedan hacer revisión de todos los aspectos del proyecto de manera que pueden implementar cambios que resulten positivos para el proceso.

En el seguimiento también es necesario involucrar a los aprendices y para esto es esencial que ellos puedan dar su opinión a través de encuestas donde plasmen todas las incidencias positivas y negativas que han tenido durante la ejecución del proyecto.

7.3 Indicadores de evaluación

Ante la necesidad de alcanzar los resultados esperados en todo proyecto, con el fin de comprobar si los objetivos establecidos en él se cumplen, es de vital importancia construir unos indicadores de evaluación que permitan determinar que se ha ejecutado a cabalidad la planeación del proyecto.

De igual forma, es indispensable un seguimiento al proceso de manera que se puedan establecer reflexiones profundas sobre cómo, que y cuando se deben tomar acciones de mejora en pro de alcanzar la meta previamente trazada.

a) Modelo Pedagógico

Es imprescindible que con el curso EVA de Matemática y Trigonometría complementario al módulo introductorio se emplee un aprendizaje mixto con el fin de fortalecer las habilidades en estas áreas a los aprendices de Instalaciones eléctricas del Centro de Formación Gente Estratégica, adicionalmente que se implementen las tecnologías disponibles en el aula de informática de la

institución que permita que los aprendices nivelen sus conocimientos para las asignaturas de electricidad.

Es deseable que los aprendices del programa de Instalaciones eléctricas, así como los tutores y personal administrativo se comprometan con sus respectivas funciones para la implementación del aprendizaje mixto ajustado al constructivismo que emplea el centro como base metodológica.

b) Mapa de práctica/aprendizaje

Es imprescindible que el curso EVA garantice la disponibilidad de los materiales y contenidos con el fin de asegurar la interactividad de los aprendices con dichos materiales, al igual que la interacción entre los estudiantes con los tutores a través de las tecnologías adecuadas.

Es deseable una capacitación constante para los tutores y estudiantes del programa de Instalaciones Eléctricas para la utilización frecuente de las tecnologías, asimismo, como una capacitación para el personal encargado de la administración en aspectos educativos para formar parte de los equipos educación.

c) Material Didáctico

Es imprescindible que los materiales didácticos se diseñen por los tutores encargados del curso EVA en conjunto con los docentes del área de electricidad para que estén enfocados a los requerimientos de la especialidad.

Es deseable que los materiales diseñados para el curso EVA se sometan a un estudio previo para su validación, implementarlos con aprendices escogidos aleatoriamente antes de emplearlos de forma generalizada.

d) Tutoría

Es imprescindible que los tutores a cargo de la ejecución del proyecto realicen seguimiento constante e interactúe con los aprendices sobre las actividades de aprendizaje que se evalúan a través de las modalidades previamente establecidas.

Es deseable que los tutores a cargo del curso EVA de Matemática y Trigonometría puedan emplear ampliamente las nuevas tecnologías de la información y la comunicación, para así obtener altos niveles de interacción con los aprendices.

e) Administración del sistema

Es imprescindible que la institución constate que se cumplan las funciones de dirección y coordinación académica del curso EVA, al igual que los acompañamientos a los tutores por parte del equipo designado por la coordinación académica del centro de formación.

Es deseable que el equipo designado para cumplir con las funciones de dirección y coordinación del curso posean condiciones académicas requeridas para el cargo al igual que posean conocimientos y experiencia en educación a distancia y aprendizaje mixto.

8. Cronograma

El cronograma para la ejecución del proyecto por primera vez está dado en semanas. Cabe resaltar que algunas tareas se pueden efectuar dentro del mismo periodo de tiempo.

Tareas	Periodo
Diseño de material de estudio	3 Semanas
Capacitación de docentes y aprendices	1 Semanas
Adecuación de aspectos operativos	1 Semanas
Evaluación Inicial	1 Semanas
Aprobación del proyecto	1 Semana
Carga de contenidos	1 Semana
Inicio de proyecto como prueba piloto	1 Semana
Inicio en firme del proyecto	1 Semana
Evaluación del Desarrollo	2 Semanas
Análisis y mejoras post evaluación	2 Semanas
Término del proyecto	1 Semana
Evaluación Final	2 Semanas

Conclusiones y mejoras	1 Semana
-------------------------------	----------

9. Presupuesto

El centro de formación para el trabajo Gente Estratégica, cuenta con infraestructura como la sala de informática y ambientes especializados, al igual que, recursos tales como equipos portátiles, impresoras e incluso papelería y cámaras fotográficas (necesarios para la memoria). Toda esta infraestructura y recursos se encuentran disponibles para llevar el cabo proyecto.

Recurso	Costo
Sala Sistemas 50 Equipos	\$75.000.000
LMS Q10 Soluciones	\$5.000.000
LMS Coursesites	Sin costo
Conexión a internet	\$2.500.000
Portátiles para aprendices 30 equipos	\$60.000.000

Los valores están en pesos colombianos.

10. Bibliografía

- AUSUBEL, D. (1983). *Teoría del aprendizaje significativo* [Documento pdf]. México, Editorial Trillas. Recuperado de <https://goo.gl/5nAWBw>
- Baro, A. (2011). Metodologías activas y aprendizaje por descubrimiento. *Innovación y Experiencias educativas*. (40). P 1-11.
- Gente Estratégica. (2017). Centro de Formación. Barranquilla, Colombia. Misión. Recuperado de <http://genteestrategica.co/mision/>
- Gente Estratégica. (2017). Centro de Formación. Barranquilla, Colombia. Visión. Recuperado de <http://genteestrategica.co/vision/>
- Pardo, A. Olea, J. (1933). Desarrollo cognitivo-motivacional y rendimiento académico en segunda etapa de EGB y BUP. *Estudios de Psicología*, (49), p 21-32.

- Rafael, A. (2007). Desarrollo Cognitivo: Las teorías de Piaget y Vygotsky [Documento pdf]. Barcelona, España. Master en Paidopsiquiatra. Recuperado de <https://goo.gl/KQqPA7>

DESARROLLO DEL PROYECTO

1. Nombre del curso

INTRODUCCIÓN A MATEMÁTICAS Y TRIGONOMETRÍA

2. Selección y justificación de las herramientas tecnológicas

Se ha seleccionado la plataforma Coursesites para ejecutar este proyecto, en primer lugar, por ser una plataforma libre, lo cual, no generaría gastos adicionales para la institución.

En segunda instancia, es una plataforma desarrollada por Blackboard. Esta plataforma la he manejado por varios años (7 en total) en otra institución y sobre la cual poseo un manejo apropiado. Esto es una ventaja pues seré yo quien lidere las capacitaciones sobre el LMS a docentes y el personal administrativo designado por la coordinación. Esto reducirá el tiempo de adecuación para la puesta en marcha ya que no se debe buscar personal externo para que brinde capacitaciones.

Por último, la nueva versión de la plataforma es bastante intuitiva, permite que una persona acceda a cualquier sección del curso sin tener que hacer un recorrido extenso para alcanzarlo.

Coursesites cuenta con las herramientas necesarias para desarrollar cualquier curso EVA. Se detallan a continuación:

Anuncios: espacio para publicar noticias sobre asignaciones y/o clases.

Contenidos: dentro de este espacio se pueden crear subcarpetas, las cuales, se puede renombrar para habilitar espacios para la guía didáctica, las clases, actividades, archivos, materiales, etc.

Calendario: permite definir las fechas límites de entrega de las asignaciones,

Debates: espacio para la creación de foros.

Libro de calificaciones: aquí los aprendices pueden consultar las calificaciones y retroalimentaciones.

Mensajes: espacio de comunicación interna para envío de recomendaciones o recepción de actividades.

Sala del curso: herramienta de comunicación sincrónica vía videoconferencia.

Adicionalmente cuenta con espacios de Lista y Asistencia, para ver quiénes son los participantes y hacer seguimiento del ingreso a la plataforma.

El diseño de las herramientas viene establecido por defecto en la plataforma, sin embargo, las subcarpetas creadas en la sección Contenidos pueden ser

reorganizadas. El diseño de esta sección deberá conservar un orden que permita fácil entendimiento del contenido de cada una de las carpetas y una ubicación que mantenga relación según su la caracterización de dichas carpetas.

Estructura: Para la estructura del curso se emplearán las siguientes herramientas:

Anuncios: se publicarán los mensajes notificando el inicio de cada clase, los contenidos a consultar, la publicación de actividades y foros.

Calendario: se definirá en él las fechas de entregas de asignaciones y los periodos que tardaran las unidades.

Contenido: dentro de este espacio se publicarán las siguientes herramientas.

Guía didáctica: se empleará para brindar información general referente al curso y al tutor.

Clases: en este espacio se habilitarán las clases de cada unidad temática, las cuales, van a contener espacios para envío de actividades, foros de discusión, y/o pruebas para evaluación automática.

Archivos y Sitios: aquí se publicarán archivos, material multimedia, enlaces externos para consulta, cada sección organizada en subcarpetas.

Mensajes: se empleará para dar respuestas a consultas hechas por los estudiantes y para solicitar información con relación a las asignaciones. También, para brindar pautas para las entregas de las actividades.

Debates: Se crearán los siguientes tipos de foros:

Bienvenida: este foro será un espacio para que cada aprendiz realice una breve introducción, intercambien comentarios sobre el curso y las asignaciones.

Foro de Dudas: este espacio será para responder inquietudes sobre la plataforma y el curso en general, y que pueden resolverse con la ayuda del tutor o entre los mismos aprendices.

Foro temático: para cada clase se creará un foro con el fin de profundizar las temáticas propuestas, y para resolver las inquietudes con relación a las asignaciones de dicha unidad.

Sala del curso: espacio para realizar conferencias, las cuales, se programarán en caso de que existan muchas inquietudes con relación a alguna temática y que necesite de una profundización por parte del tutor.

Lista y Asistencia: se utilizarán estos espacios para hacer seguimiento de ingresos en la plataforma.

Libro de calificaciones: espacio para publicar las calificaciones y retroalimentaciones a todas las asignaciones programadas durante el curso.

3. Planificación de las clases

3.1. Núcleos y Clases

Núcleos	Clases
Números reales	De lo racional a lo real
Razones, proporciones y Ecuaciones	Hallando incógnitas
Números complejo	No tan complejo

3.2. Clase 1: De lo racional a lo real

- Objetivos de la clase:
 - a) Comprender como están conformados los números reales
 - b) Resolver problemas donde se involucren potencias y radicales con números reales.
- Contenidos de la clase
 - a) Números racionales
 - b) Expresiones decimales no periódicas y números irracionales. Número Real.
 - c) Propiedades y operaciones con números reales (Potenciación y Radicación).
- Bibliografía para esta clase

Lecturas Obligatorias

 - Bernal, Carlos. (2018). Sistemas de números reales y complejos. Versión 01.
 - Sitio web Khan Academy: Enlace: <https://es.khanacademy.org/math/pre-algebra/pre-algebra-exponents-radicals>

Lecturas complementarias

 - Osvaldo, Chapov. (s.f.). *Números reales*. Enlace: https://www.frro.utn.edu.ar/repositorio/secretarias/sac/ingreso/archivos/Unidad_1_matematica.pdf
- Recursos multimedia
 - Imagen: Fotografía del tutor. <https://ibb.co/eLcC4K> (Todas las clases)
 - Imagen: Banner título del curso. <https://goo.gl/e7CSzc> (Todas las clases)
 - Firma: Imagen de la firma del tutor. <https://ibb.co/mke3Bz> (Todas las clases)
 - Imagen: Subconjuntos numéricos que conforman los números reales. <https://portalacademico.cch.unam.mx/sites/default/files/m2u1oa04p08.jpg>
 - Video: Los números reales – Ejemplos paso a paso.

Descripción de cada subconjunto numérico que conforman los números reales. <https://www.youtube.com/watch?v=IsoFP2YApvs>

- Video: Matemática. Potenciación y radicación.
Explicación de las operaciones potenciación y radicación <https://www.youtube.com/watch?v=YOePvJBAPhI>
- Presentación - video: Potenciación y radicación y sus propiedades.
Detalla las propiedades de la potenciación <https://youtu.be/cblqtTvTrvY>
- Videos. Potenciación y radicación de fracciones
Muestra algunos ejemplos de cómo utilizar las propiedades de la potenciación y la radicación. <https://www.youtube.com/watch?v=NRJ6x07p3QY>

- Actividades.

Consigna:

Etapa 1: Ingrese a las siguientes páginas web (https://www.vitutor.com/di/r/a_13e.html y https://www.vitutor.com/di/n/a_7e.html) y desarrolle los ejercicios interactivos. Tome capturas de pantalla de los resultados y adjúntelos en el archivo a entregar.

Etapa 2: Resolver los ejercicios y problemas sobre números reales planteados en el documento adjunto, haciendo uso de las operaciones potenciación y radicación, y sus propiedades. Al finalizar, use la calculadora de potencias <https://es.calcuworld.com/calculadoras-matematicas/potencias/> y las calculadora de raíces <https://es.calcuworld.com/calculadoras-matematicas/raiz-cuadrada/>, para comprobar de que los resultados obtenidos son los correctos.

Objetivo: Identificar los números reales, y emplear las operaciones potenciación y radicación con el mismo conjunto numérico.

Evaluación y Plazo

- Puntualidad en la entrega del documento.
- Observación del desempeño en el aula y en el ambiente virtual.
- Precisión en el desarrollo de los procedimientos
- Exactitud en los resultados de los ejercicios y problemas.
- Redacción y ortografía apropiada, al igual que el uso de símbolos matemáticos necesarios.
- Plazo 5 días

- Foro.

Consigna: Cuando se establecieron los números racionales en la antigüedad, se tenía la creencia de que eran la máxima expresión numérica, sin embargo, con el descubrimiento de números no racionales (Irracionales), se marcó un hecho negativo en las matemáticas que terminaría con la muerte de los descubridores de estos números que eran desconocidos. Lea La raíz de la muerte de Hipaso <https://www.gaussianos.com/la-raiz-de-la-muerte-de-hipaso/>

¿Cuáles son las razones que usted considera del por qué sucedió esto?,
¿Considera que ante un descubrimiento matemático de tal proporción sucedería algo similar? ¿Por qué?

Objetivo del foro: Conocer sobre la historia de la conformación de los números reales.

Plazo: 5 días.

3.3. Clase 2: Hallando Incógnitas

- Objetivos de la clase
 - a) Comprender el proceso de despeje para hallar los valores de una incógnita.
 - b) Proponer ecuaciones a partir de situaciones académicas o cotidianas.
- Contenidos de la clase
 - a) Razones y proporciones con números reales (Regla de tres)
 - b) Ecuaciones con números reales
- Bibliografía para esta clase

Lecturas Obligatorias

- Bernal, Carlos. (2018). Sistemas de números reales y complejos. Versión 01.
- Sitio Web Khan Academy. Enlace:
<https://es.khanacademy.org/math/algebra-basics/alg-basics-linear-equations-and-inequalities>

Lecturas complementarias

- Andonegui, Martin. (2006). *Razones y Proporciones*. Federación internacional Fe y Alegría. Enlace:
http://www.feyalegria.org/images/acrobat/11razonesyprop_157.pdf
 - Bastías, Rodrigo. (2009). *Ecuaciones lineales (o de primer grado)* Enlace:
<https://www.sectormatematica.cl/media/NM1/NM1%20guia%20ecs%20lineales.pdf>
 - Balcázar, Manuel. (s.f.). *Ecuaciones de primer grado*. Enlace:
<http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/ecoblog/fgargara/files/2013/01/ecuaciones-de-1er-grado.pdf>
 - Sitio web Matemáticas modernas. Enlace:
<https://matematicasmodernas.com/ecuaciones-lineales-con-una-incognita/>
- Recursos multimedia
 - Imagen: Ilustración de la propiedad fundamental de las proporciones.

http://calculo.cc/temas/temas_e.s.o/proporcionalidad/imagenes/teoria/ppi edades_propor/t2.gif

- Presentación - video: Razones y Proporciones.
Explicación de los conceptos de razones y proporciones
<https://www.youtube.com/watch?v=cO7bExkHRXY&t=15s>
- Presentación - video: Regla de tres
Detalle de como emplear la regla de tres directa e inversa
<https://www.youtube.com/watch?v=a6CF9O6TFal>
- Videos: Solving Proportions.
Resolución de múltiples ejemplos de proporciones.
<https://mathtv.com/topic/basic-mathematics/63>
- Video: Resolver ecuaciones lineales con una incógnita paso a paso.
Descripción del proceso de despeje para solucionar ecuaciones lineales
<https://www.youtube.com/watch?v=PdBmBSknEbw>
- Videos: Ecuaciones lineales como modelos matemáticos
Muestra como modelar una ecuación a partir de un problema.
<https://www.youtube.com/watch?v=XiWeBOJPJVg>

- Actividades.

Consigna:

- Etapa 1: Resolver los ejercicios interactivos del siguiente enlace https://www.vitutor.com/di/p/a_2e.html y entregarlos resueltos por medio de capturas de pantalla.
- Etapa 2: Solucionar los ejercicios y problemas relacionados con razones y proporciones, al igual que de ecuaciones lineales propuestos en el archivo adjunto. Compruebe los resultados usando la página Mathpapa (<https://www.mathpapa.com/algebra-calculator.html?q=3x+2%3D14>). Posteriormente, realice la gráfica de la ecuación usando Desmos (<https://www.desmos.com/calculator>). Exporte cada gráfica como imagen y adjúntelas en la actividad.

Objetivo: Dominar el proceso para modelar una ecuación a partir de un problema académico o cotidiano y su respectiva resolución. Identificar que la gráfica de una ecuación lineal es una línea recta.

Evaluación y Plazo

- Puntualidad en la entrega del archivo.
- Observación del uso apropiado de las herramientas indicadas.
- Precisión en el desarrollo de los procedimientos.
- Exactitud en los resultados de los ejercicios y problemas.
- Redacción y ortografía apropiada, al igual que el uso de símbolos matemáticos necesarios.
- Plazo 5 días

- Foro.

Consigna: En el documento adjunto se han publicado diferentes ejercicios con diversos errores en el procedimiento. Observe solo uno de los ejercicios, luego

argumente cual ha sido el error y como puede corregirse. Verifique que lo expresado por otros compañeros sea correcto y comente en caso de hallar inconsistencias.

Objetivo: Determinar el grado de comprensión del proceso de despeje y modelación de ecuaciones lineales.

Plazo: 5 días.

3.4. Clase 3: No tan complejo.

- Objetivos de la clase:
 - a) Reconocer como están conformados los números complejos
 - b) Identificar diferentes representaciones de los números complejos y manipular la forma más conocida.
 - c) Realizar las diferentes operaciones aritméticas con números complejos.
- Contenidos de la clase
 - a) Números Complejos
 - b) Representaciones y Operaciones con números complejos

- Bibliografía para esta clase

Lecturas Obligatorias

- Bernal, Carlos. (2018). Sistemas de números reales y complejos. Versión 01.
- Sitio web Khan Academy. Enlace:
<https://es.khanacademy.org/math/algebra2/introduction-to-complex-numbers-algebra-2>

Lecturas complementarias

- González, Javier. (2004). *Complejos*. Proyecto Matex. Enlace:
http://personales.unican.es/gonzaleof/Ciencias_1/complejos.pdf
- Recursos multimedia
 - Imagen: Ilustración de la unidad imaginaria.
<http://www.iboenweb.com/ibo/images/ilustraciones/numeros%20imaginarios%201.jpg>
 - Presentación - video: Números complejos
Descripción de los números imaginarios y los complejos.
<https://www.youtube.com/watch?v=7vJRlekThig>
 - Presentación - video: Distintas formas de expresar un número complejo.
Descripción de las formas de representación de los complejos
https://www.youtube.com/watch?v=GutXfY0_ja0
 - Videos: explicaciones sobre la suma, multiplicación y división de números complejos
 - Suma de números complejos ejemplo

https://www.youtube.com/watch?v=JMDh_Y4Yz6A

- Resta de números complejos ejemplo
https://www.youtube.com/watch?v=Foha_9iYfNE
- Multiplicación de números complejos ejemplo
<https://www.youtube.com/watch?v=VuPUgA6qJrM>
- División de números complejos ejemplo
<https://www.youtube.com/watch?v=xC6jA990UE0>

- Actividades.

Consigna: Resolver los diversos ejercicios propuestos en el archivo adjunto sobre operaciones con números complejos. Representar de forma cartesiana usando Geogebra (<https://www.geogebra.org/graphing?lang=es>), los números complejos que obtenga como resultado en cada ejercicio. Exporte las gráficas e inclúyalas en el archivo a entregar. Sustentar la solución de los ejercicios en una conferencia en línea a través de Collaborate disponible en plataforma, según cronograma establecido por el tutor.

Objetivo: Comprender la conformación de los números complejos y realizar operaciones aritméticas con dichos números.

Evaluación y Plazo

- Puntualidad en la entrega del archivo.
- Observación del desempeño durante la sustentación.
- Precisión en el desarrollo de los procedimientos.
- Exactitud en los resultados de los ejercicios.
- Redacción y ortografía apropiada, al igual que el uso de símbolos matemáticos necesarios.
- Plazo: 5 días

- Foro.

Consigna: A lo largo de la historia, los números imaginarios han recibido diversos nombres tal como negativos puros o complejos (al considerarlos con parte real igual a cero). De hecho, el nombre imaginario fue usado por los matemáticos Rene Descartes y Leonhard Euler pero ambos se refirieron a ellos en forma despectiva. ¿Considera que este nombre es adecuado para estos números? ¿Con el surgimiento de aplicaciones de los números imaginarios podría otorgárseles un nuevo nombre? ¿Qué nombre sugiere usted? ¿Por qué?

Objetivo: Identificar el nivel de comprensión del concepto de número imaginario y complejo.

Plazo: 5 días.

4. Redacción de clases

4.1. Clase 1: De lo racional a lo real



Carlos Bernal

Hola estimados aprendices, bienvenidos a la primera clase de la asignatura Introducción a Matemáticas y Trigonometría. Durante este módulo abordaremos diversas temáticas, inicialmente como repaso de contenidos dados en su etapa escolar y con el objetivo principal de afianzar estos conocimientos y habilidades en estas áreas, las cuales, serán indispensables para las asignaturas de electricidad que cursará posteriormente.

En esta primera clase, recordaremos cuales son los números reales y como están constituidos. Trabajaremos principalmente en las operaciones potenciación, radicación, sus propiedades y como utilizarlas para resolver problemas.

Números Racionales e Irracionales.



Los números reales están conformados por dos subconjuntos numéricos llamados los racionales y los irracionales. Los números racionales, a su vez están conformados por otros subconjuntos numéricos llamados números Enteros y números Naturales. En efecto, los Racionales se definen como el cociente de dos números enteros, cuyo denominador es diferente de cero, es decir.

$$\frac{a}{b}, \text{ donde } a, b \in \mathbb{Z} \text{ y } b \neq 0$$

Estos números pueden expresarse como enteros o como decimales. En este último caso, las expresiones decimales pueden ser finitas o infinita periódicas.

$$\frac{5}{1} = 5, \quad \frac{6}{-3} = -2 \text{ expresiones enteras}$$

$$\frac{1}{2} = 0.5 \text{ expresión decimal finita}$$

$$\frac{1}{3} = 0.3333 \dots \text{ expresión decimal infinita periódica}$$

Es preciso mencionar que existen expresiones decimales no periódicas, en otras palabras, no se pueden expresar como el cociente de dos números enteros y dada esta situación, significa que estos números no son racionales. Por consiguiente, a esta clase de números se les conoce como números Irracionales.

$$\sqrt{2} = 1.414213562373095 \dots$$

$$\pi = 3.141592653589793 \dots$$

Consulten el siguiente video que aborda la conformación de los números reales.

Los números reales – Ejemplos paso a paso.



Potenciación y Radicación

Antes de trabajar con estas dos operaciones, hacemos claridad sobre que se debe tener dominio de las operaciones básicas de la aritmética (adición, sustracción, multiplicación y división), de lo contrario la comprensión de los nuevos contenidos será más compleja.

La potenciación consiste en multiplicar un número por sí mismo (llamado base), tantas veces como lo indique un segundo número (llamado exponente). Por ejemplo:

$$4^3 = 4 * 4 * 4 = 64$$

En el ejemplo, 4 es la base y 3 es el exponente. La expresión completa se llama potencia y se lee 4 a la 3, o 4 elevado a la 3.

Es imperativo, que se comprenda que la operación consiste en multiplicar la base tantas veces como diga el exponente, no consiste en multiplicar las base por el exponente, con relación al ejercicio anterior decir que $4^3 = 12$ es incorrecto.

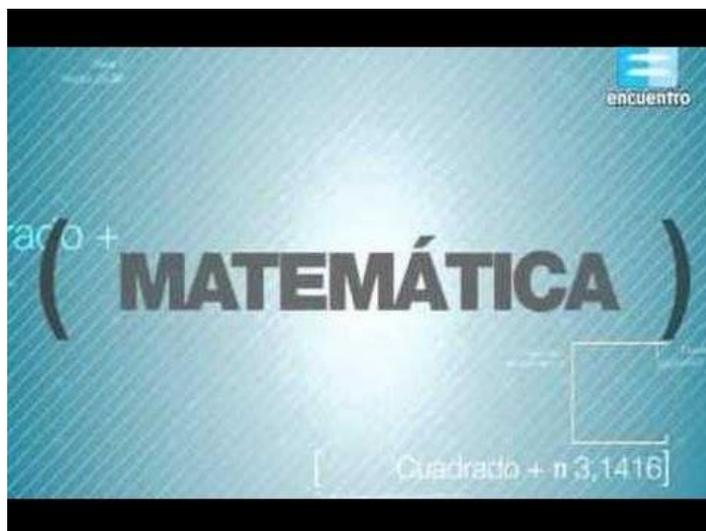
La radicación es conocida como la operación inversa de la potenciación, consiste en hallar un número (llamado raíz), que multiplicado por sí mismo tantas veces como indique otro (llamado índice), da como resultado el número dado inicialmente. Por ejemplo:

$$\sqrt[4]{625} = 5$$

En el ejemplo, 625 es el número inicial, 4 es el índice y 5 es la raíz de 625. La expresión completa se llama radica y se lee raíz cuarta de 625. Cuando la raíz no tiene índice, se entiende que este es dos y se lee raíz cuadrada o raíz segunda.

En el siguiente video se realiza una explicación más amplia de ambas operaciones.

Matemática. Potenciación y radicación.



Ambas operaciones poseen ciertas propiedades que nos permiten desarrollar ejercicios y problemas con mayor facilidad. No basta con reconocer las propiedades, es indispensable saber identificar cuál de las propiedades debe emplearse al enfrentarnos a un ejercicio. Para lograrlo, no existe un método que les pueda transmitir y que funcione para todos, el proceso es más bien de trabajo autónomo, donde cada uno reconozca que estrategias son las más propicias para lograr la identificación de la propiedad a emplear. A continuación, les comparto una presentación que detalla las propiedades y un video con ejercicios usando las operaciones de ambas operaciones para que se orienten en como emplearlas.

Potenciación y radicación y sus propiedades

[Ver en Slideshare](#)

Acá les dejamos algunos ejemplos resueltos en donde se aplican algunas de las propiedades que explicamos con números.

$$\frac{2^4}{2^2} = \frac{2^{4-2}}{2^0} = \frac{2^2}{1} = 4$$
$$\frac{3^5 \cdot 3^2}{3^3} = \frac{3^{5+2}}{3^3} = \frac{3^7}{3^3} = 3^{7-3} = 3^4 = 81$$
$$2^7 \cdot 3^2 = 8 \cdot 27 = 216$$
$$\frac{2^7 \cdot 3^2}{2^3} = \frac{8 \cdot 27}{8} = 27$$

Signo de una potencia de base entera
Para determinar el signo de la potencia de un número entero basta tener en cuenta que:

1. Las potencias de exponente par son siempre positivas.
 $(+)^{2n} = +$
 $(-)^{2n} = +$
 $2^2 = 04$
 $(-2)^2 = 04$
2. Las potencias de exponente impar tiene el mismo signo de la base.

Potenciación y radicación de fracciones

Ejemplos de potenciación:

a) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{3^2}{5^2} = \frac{9}{25}$

b) $\left(\frac{5}{4}\right)^3 = \frac{5^3}{4^3} = \frac{125}{64}$

c) $\left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1^4}{3^4} = \frac{1}{81}$

A continuación, relacionamos las lecturas de esta clase.

Lecturas

Obligatorias

- [Módulo 1. Sistemas de números reales y complejos.](#)
- [Exponentes, radicales y notación científica](#)

Complementarias

- [Números reales. Osvaldo Chapov.](#)

Ahora, detallamos las actividades a desarrollar para esta sección.

Asignaciones

1. Ingrese a las siguientes páginas web [vitutor1](#) y [vitutor2](#), desarrolle los ejercicios interactivos. Tome capturas de pantalla de los resultados y adjúntelos organizadamente en el archivo a entregar.
2. Resolver los ejercicios y problemas sobre números reales planteados en el [Trabajo Práctico 1](#), haciendo uso de las operaciones potenciación y radicación, y sus propiedades. Al finalizar, use la [calculadora de potencias](#) y [las calculadora de raíces](#), para comprobar de que los resultados obtenidos son los correctos.
3. Participar en el foro de la unidad, cuya consigna relacionamos a continuación:

Cuando se establecieron los números racionales en la antigüedad, se tenía la creencia de que eran la máxima expresión numérica, sin embargo, con el descubrimiento de números no racionales (Irracionales), se marcó un hecho negativo en las matemáticas que terminaría con la muerte de los descubridores de estos números que eran desconocidos. Lea [La raíz de la muerte de Hipaso](#). ¿Cuáles son las razones que usted considera del por qué sucedió esto?, ¿Considera que ante un descubrimiento matemático de tal proporción sucedería algo similar? ¿Por qué?

Indicaciones

Los ejercicios interactivos y los ejercicios del trabajo práctico deben entregarse en un único archivo Word, rotulado con su respectivo nombre de la siguiente manera Apellido_Nombre_Actividad1.doc. Envíe el archivo por la sección actividades.

Los ejercicios propuestos pueden desarrollarse a mano por practicidad, pero deberán transcribirse en Word para su entrega. Se valorarán los procedimientos y correctos resultados y, además la correcta ortografía en el texto y el uso apropiado de símbolos matemáticos.

A partir de la publicación de la clase tienen 5 días para enviar el archivo resuelto. La puntualidad en la entrega de las actividades es un factor a evaluar.

El plazo para participar en el foro, con relación a la consigna, es de 5 días también. Además, dentro del foro podemos brindar hacer consultas con relación a la clase y las asignaciones. Entre todos, podemos dar respuesta a las inquietudes de otros y encontrar la respuesta al algún interrogante ya previamente resuelto. Se tendrá en cuenta una participación activa dentro del foro.

Les deseo éxitos para esta unidad y para la asignatura en general. Nos seguimos leyendo en los foros.

Carlos Bernal

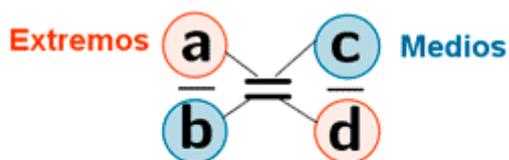
4.2. Clase 2: Hallando incógnitas



Carlos Bernal

Hola a todos, comenzamos nuestra segunda clase y en esta oportunidad abordaremos las ecuaciones con números reales. Sin embargo, más que conocer las ecuaciones, que son muy diversas, pretenderemos ayudarlo a recordar y pulir dos habilidades necesarias para las matemáticas en general. La primera habilidad consiste en dominar las técnicas necesarias para lograr un despeje correcto en una ecuación que permita encontrar los valores de incógnitas. La segunda habilidad es el proceso de modelar una ecuación dada una situación cotidiana o académica.

Razones y Proporciones

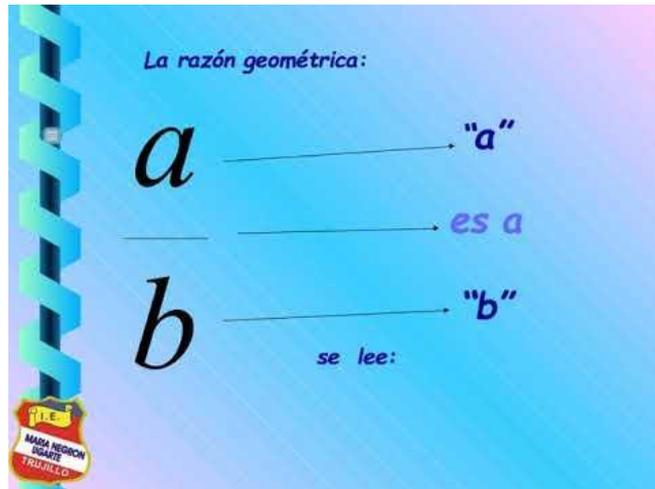


$$a \cdot d = b \cdot c$$

En primer lugar, repasaremos en la siguiente presentación los conceptos de razones y proporciones, y como usarlos para aplicar una regla de tres. Esta es una de las formas más sencillas en las que utiliza el despeje para hallar una incógnita.

Razones y Proporciones

[Ver en slideshare](#)



Para usar la regla de tres para resolver problemas debemos identificar cuando dos magnitudes son directamente proporcionales y cuando son inversamente proporcionales. Para esto usaremos dos ejemplos, si usted desea comprar cualquier artículo en una tienda, a mayor o menor cantidad del artículo, el costo del mismo también aumentará o disminuirá respectivamente. En este caso las magnitudes cantidad y costo son directamente proporcionales.

Por otro lado, si usted desea hacer una construcción y contrata varios obreros. A mayor número de obreros, el tiempo de la construcción se reducirá. De esta manera, las magnitudes cantidad y tiempo son inversamente proporcional. La comprensión de esto se basa en gran medida en el sentido común y la lógica de las situaciones, estas son habilidades que se adquieren y se desarrollan al ejercitarnos constantemente. A continuación, les comparto una presentación que muestra la regla de tres que se debe usar para los tipos de magnitudes que explicamos previamente. También, facilitamos un enlace con varios ejemplos resolviendo proporciones.

Regla de tres

[Ver en Slideshare](#)

REGLA DE TRES SIMPLE
PROPORCION INVERSA

A \longrightarrow B
X \longrightarrow C
 $X = \frac{A \times B}{C}$

EJEMPLOS:
SI 12 MAQUINAS REALIZAN UN TRABAJO EN 24 HORAS ¿Cuántas MAQUINAS SON NECESARIAS PARA REALIZAR EL TRABAJO EN 8 HORAS?

12 MAQUINAS \longrightarrow 24 HORAS
X MAQUINAS \longrightarrow 8 HORAS

$\frac{12}{X} = \frac{24}{8}$ $X = \frac{24 \times 12}{8} = 36$ MAQUINAS

EN ESTE CASO HAY UNA PROPORCIONALIDAD INVERSA, POR LA CUAL ESCRIBIMOS UNA DE LAS RAZONES INVERTIDAS

Solving Proportions

Ecuaciones con números Reales

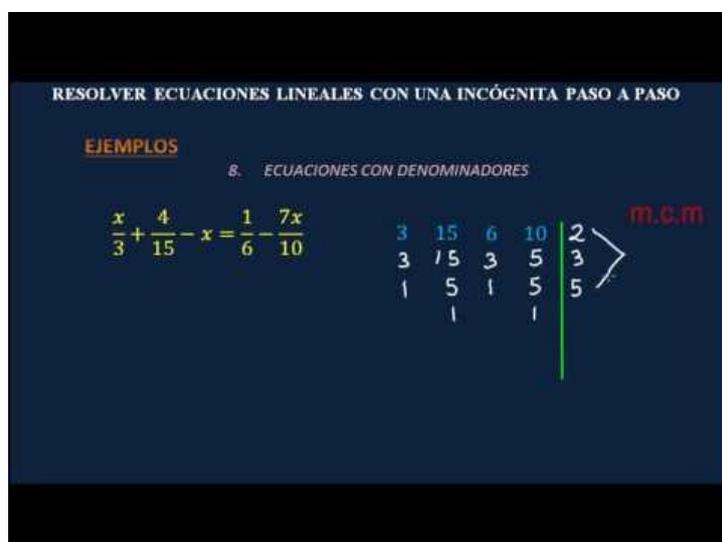
Para desarrollar las habilidades que mencionamos al inicio de la clase, utilizaremos únicamente las ecuaciones lineales o de primer grado. Dejamos al lector la profundización sobre ecuaciones de mayor grado.

Recordemos que una ecuación es una igualdad entre algunos valores desconocidos llamados incógnitas, los cuales, solo puede satisfacerse por ciertas cantidades. Ejemplo:

$$24x + 35 = 179$$

Para esta ecuación solo existe un valor que hace que la igualdad se cumpla. Para encontrar dicho valor se deben usar algunos artificios matemáticos, los cuales, son lo que se consideran el despeje de la incógnita. Al hacerlo, hallaremos el valor de la incógnita y así solucionamos la ecuación. Veamos algunos ejemplos en el video a continuación.

Resolver ecuaciones lineales con una incógnita paso a paso.



Una vez visto el video, compruebe que el valor de la incógnita en el ejemplo inicial es 6.

Ahora, para modelar una ecuación de una situación debemos identificar lo que el problema nos brinda y lo que nos pide. Una vez esté identificado esto podemos empezar a entablar la igualdad que constituye una ecuación.

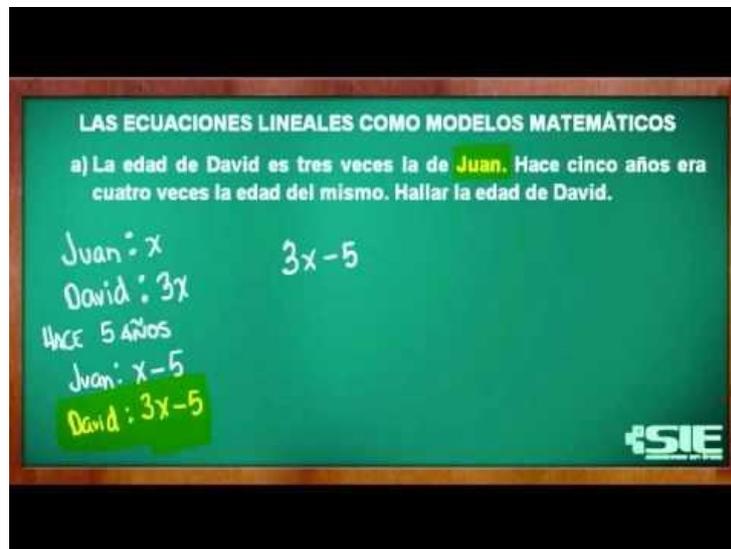
Es importante reconocer las expresiones que se traducen matemáticamente de forma algebraica y no confundir una con otras pues de esto dependerá una buena modelación, Algunas de estas expresiones son:

- 2 veces más, 5 veces más, 8 veces menos, 10 veces menos, etc. Se refieren a sumas y restas.
- El doble, el triple, el cuádruple, 5 veces la de, 8 veces la de etc. Se refieren a multiplicación.
- La mitad, la quinta parte, la octava parte, etc. Se refieren a división.

- Las tres cuartas partes, las dos quintas partes, etc. Se refieren a multiplicación y división.

Veamos en el siguiente video algunos ejemplos de modelación de ecuaciones lineales.

Ecuaciones lineales como modelos matemáticos.



Les comparto las lecturas para profundizar las temáticas de esta clase.

Lecturas

Obligatorias

- [Módulo 1. Sistemas de números reales y complejos.](#)
- [Ecuaciones lineales y desigualdades](#)

Complementarios

- [Razones y Proporciones, Martin Andonegui](#)
- [Ecuaciones Lineales \(o de primer grado\), Rodrigo Bastías](#)
- [Ecuaciones de primer grado, Manuel Balcázar](#)
- [Ecuaciones lineales con una incógnita,](#)

A continuación, encontrarán las asignaciones que deben presentar en esta sección.

Asignaciones

1. Ingrese a la siguiente página web [vitutor](#) y desarrolle los ejercicios interactivos. Tome capturas de pantalla de los resultados y adjúntelos organizadamente en el archivo a entregar.
2. Solucionar los ejercicios y problemas relacionados con razones y proporciones, al igual que de ecuaciones lineales propuestos en el

- [Trabajo Práctico 2](#). Compruebe los resultados usando la página [Mathpapa](#). Posteriormente, realice la gráfica de la ecuación usando [Desmos](#). Exporte cada gráfica como imagen y adjúntelas en la actividad.
3. Participar en el foro de la unidad, cuya consigna relacionamos a continuación:
En el [documento adjunto](#) se han publicado diferentes ejercicios con diversos errores en el procedimiento. Observe solo uno de los ejercicios, luego argumente cual ha sido el error y como puede corregirse. Verifique que lo expresado por otros compañeros sea correcto y comente en caso de hallar inconsistencias.

Indicaciones

Los ejercicios interactivos y los ejercicios propuestos deben entregarse en un único archivo Word, rotulado con su respectivo nombre de la siguiente manera Apellido_Nombre_Actividad2.doc. Envíe el archivo por la sección actividades.

Los ejercicios propuestos pueden desarrollarse a mano por practicidad, pero deberán transcribirse en Word para su entrega. Se valorará los procedimientos y correctos resultados y, además la correcta ortografía en el texto y el uso apropiado de símbolos matemáticos.

A partir de la publicación de la clase tienen 5 días para enviar el archivo resuelto. La puntualidad en la entrega de las actividades es un factor a evaluar.

El plazo para participar en el foro, con relación a la consigna, es de 5 días también. Además, dentro del foro podemos brindar hacer consultas con relación a la clase y las asignaciones. Entre todos, podemos dar respuesta a las inquietudes de otros y encontrar la respuesta al algún interrogante ya previamente resuelto. Se tendrá en cuenta una participación activa dentro del foro.

Continuamos con el estudio de los números reales, nos vemos en los foros.

Carlos Bernal

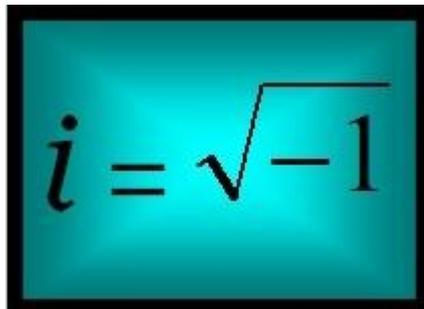
4.3. Clase 3: No tan complejo



Carlos Bernal

Bienvenidos a la última clase de la unidad 1, a continuación, haremos un recorrido sobre cómo están conformados los números complejos y revisaremos algunas representaciones de los mismos. También, veremos cómo se realizan las operaciones básicas con estos números.

Números Complejos.


$$i = \sqrt{-1}$$

Los números complejos están conformados por una parte real y por una parte imaginaria de la siguiente forma.

$$a + bi,$$

$a \in \mathbb{R}$ y bi es imaginario

La letra i es conocida como la unidad imaginaria y es la raíz cuadrada de -1 . Esto, no tienen solución en el conjunto de los números reales, por consiguiente, reciben el nombre de números imaginarios y se usan de forma indicada. Ejemplos de números complejos.

$$5 + 3i, \quad 7 - 12i, \quad -25 + 7i$$

Veamos la siguiente presentación con relación a los números imaginario y complejos.

Números complejos

[Ver en Slideshare](#)

Ejemplos de Números Complejos:

1) $5 - 3i$	4) $5i$
2) $7 + 4i$	5) 7
3) $-1 - 6i$	

17

Representaciones de números complejos

La representación de los números complejos que vimos anteriormente es la forma binómica, que es una de las formas más comunes de representar este tipo de números. Esta no es la única forma de representación, también está la forma cartesiana que muestra los números complejos como una pareja ordenada.

$$(a, b)$$

a es la parte real

b es la parte imaginaria

Con la forma cartesiana, podemos ubicar los números complejos en el plano y de ella podemos encontrar otra forma de representación conocida como la forma polar.

$$(r, \theta)$$

r es la distancia del origen hasta el punto ubicado en el plano

θ es el ángulo formado por el eje horizontal y el rayo de tamaño r

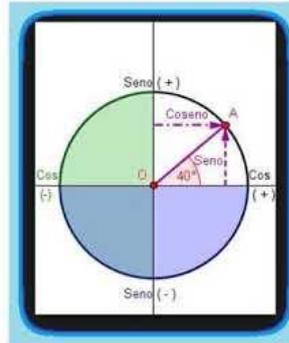
Los invito a consultar la siguiente presentación de las formas de representación de los números complejos.

Distintas formas de expresar un número complejo

[Ver en Slideshare](#)

Una cuestión IMPORTANTE !!!!

Siempre tomaremos los valores de a y b POSITIVOS, para estimar el valor del ángulo α , debemos tener en cuenta los signos respectivos del seno y del coseno, a partir de ellos podemos ubicar al número complejo en uno de los cuatro cuadrantes



Sabrina Dechima

Existen dos formas de representación más que se abordan en la presentación, la exponencial y la trigonométrica. Pero por limitaciones de tiempo no se profundizarán en la unidad. Es de vital importancia reconocerlas todas, pues es posible que nos enfrentemos a estas formas de representación en los diferentes textos que los tratan y de esta manera, aseguramos la comprensión de los números y evitamos futuras confusiones.

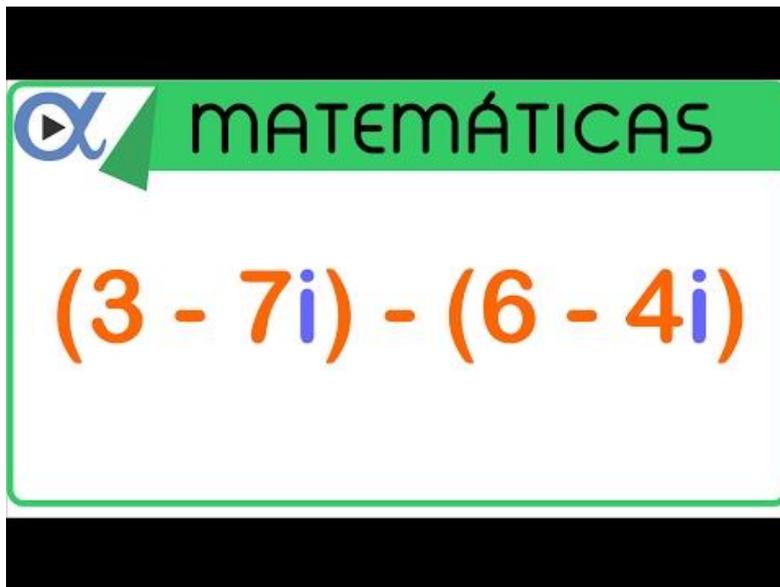
Operaciones con números complejos

Con los números complejos, al igual que en cualquier conjunto de números, se pueden realizar las operaciones básicas, aunque no de la forma en que estamos acostumbrados. Por tal motivo, mostraremos a continuación algunos videos que muestran cómo realizar estas operaciones usando la representación binómica de los números complejos.

Ejemplo de suma de números complejos.

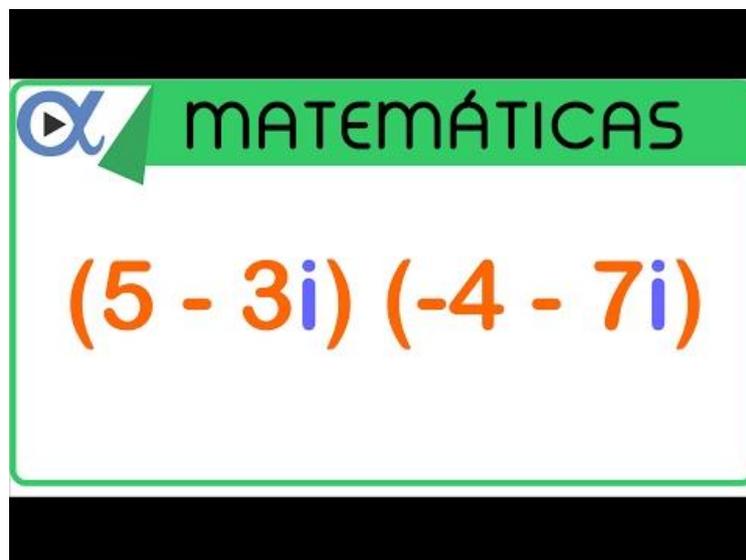
En caso de la sustracción, se trabaja de forma similar.

Ejemplo de resta de números complejos.



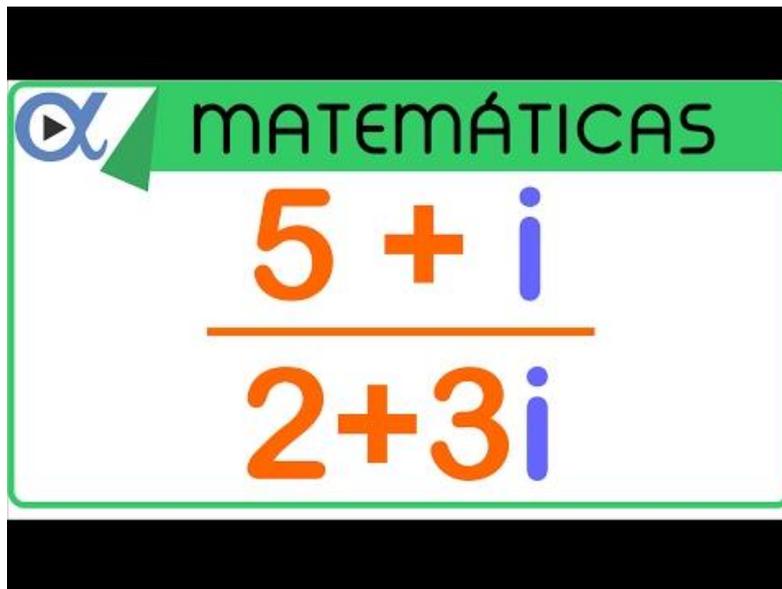
A slide with a black header and footer. A green banner at the top left contains a blue play button icon and the word "MATEMÁTICAS" in black. The main content area is white with a green border, displaying the complex number subtraction $(3 - 7i) - (6 - 4i)$ in orange and blue text.

Ejemplo de Multiplicación de números complejos



A slide with a black header and footer. A green banner at the top left contains a blue play button icon and the word "MATEMÁTICAS" in black. The main content area is white with a green border, displaying the complex number multiplication $(5 - 3i) (-4 - 7i)$ in orange and blue text.

Ejemplo de división de números complejos



Consulte las lecturas de la clase, las cuales, compartimos a continuación:

Lecturas

Obligatorias

- [Módulo 1. Sistemas de números reales y complejos.](#)
- [Números complejos](#)

Complementarias

- [Complejos, Javier González](#)

Aquí dejamos las actividades que deben elaborar durante esta clase.

Asignaciones

Resolver los diversos ejercicios propuestos en el [Trabajo Práctico 3](#) sobre operaciones con números complejos. Representar de forma cartesiana usando [Geogebra](#), los números complejos que obtenga como resultado en cada ejercicio. Exporte las gráficas e inclúyalas en el archivo a entregar. Sustentar la solución de los ejercicios en una conferencia en línea a través de Collaborate disponible en plataforma, según cronograma establecido por el tutor.

Participar en el foro de la unidad, cuya consigna relacionamos a continuación:

A lo largo de la historia, los números imaginarios han recibido diversos nombres tal como negativos puros o complejos (al considerarlos con parte real igual a cero). De hecho, el nombre imaginario fue usado por los matemáticos Rene Descartes y Leonhard Euler pero ambos se refirieron a ellos en forma despectiva. ¿Considera que este nombre es adecuado para estos números? ¿Con el surgimiento de aplicaciones de los números imaginarios podría otorgárseles un nuevo nombre? ¿Qué nombre sugiere usted? ¿Por qué?

Indicaciones

Los ejercicios propuestos deben entregarse en un único archivo Word, rotulado con su respectivo nombre de la siguiente manera Apellido_Nombre_Actividad3.doc. Envíe el archivo por la sección actividades.

Los ejercicios propuestos pueden desarrollarse a mano por practicidad, pero deberán transcribirse en Word para su entrega. Se valorará los procedimientos y correctos resultados y, además la correcta ortografía en el texto y el uso apropiado de símbolos matemáticos.

A partir de la publicación de la clase tienen 5 días para enviar el archivo resuelto. La puntualidad en la entrega de las actividades es un factor a evaluar.

El plazo para participar en el foro, con relación a la consigna, es de 5 días también. Además, dentro del foro podemos brindar hacer consultas con relación a la clase y las asignaciones. Entre todos, podemos dar respuesta a las inquietudes de otros y encontrar la respuesta al algún interrogante ya previamente resuelto. Se tendrá en cuenta una participación activa dentro del foro.

Consulte el cronograma publicado por el instructor para su participación en la conferencia en línea.

Con esto culminamos la primera parte del curso. En la próxima clase, nos veremos en la segunda unidad del curso. Éxitos.

Carlos Bernal

5. Captura de pantalla de las clases

Números Racionales e Irracionales.

Los números reales están conformados por dos subconjuntos numéricos llamados los racionales y los irracionales. Los números racionales, a su vez están conformados por otros subconjuntos numéricos llamados números Enteros y números Naturales. En efecto, los Racionales se definen como el cociente de dos números enteros, cuyo denominador es diferente de cero, es decir,

$$\frac{a}{b}, \text{ donde } a, b \in \mathbb{Z} \text{ y } b \neq 0$$

Estos números pueden expresarse como enteros o como decimales. En este último caso, las expresiones decimales pueden ser finitas o infinita periódicas.

$\frac{5}{1} = 5, \frac{6}{-3} = -2$ expresiones enteras

$\frac{1}{2} = 0,5$ expresión decimal finita

A continuación, relacionamos las lecturas de esta clase.

Lecturas

Obligatorias

- [Módulo 1. Sistemas de números reales y complejos.](#)
- [Exponentes, radicales y notación científica](#)

Complementarias

- [Números reales, Osvaldo Chapov.](#)

Ahora, detallamos las actividades a desarrollar para esta sección.

Asignaciones

1. Ingrese a las siguientes páginas web [vitor1](#) y [vitor2](#), desarrolle los ejercicios interactivos. Tome capturas de pantalla de los resultados y adjúntelos organizadamente en el archivo a entregar.
2. Resolver los ejercicios y problemas sobre números reales planteados en el [Trabajo Práctico 1](#), haciendo uso de las operaciones potenciación y radicación, y sus propiedades. Al finalizar, use la [calculadora de potencias](#) y [las calculadora de raíces](#), para comprobar de que los resultados obtenidos son los correctos.
3. Participar en el [foro](#) de la unidad, cuya consigna relacionamos a continuación: Cuando se establecieron los números racionales en la antigüedad, se tenía la creencia de que eran la máxima expresión numérica, sin embargo, con el descubrimiento de números no racionales (Irracionales), se marcó un hecho negativo en las matemáticas que terminaría con la muerte de los descubridores de estos números que eran desconocidos. Lea [La raíz de la muerte de Hipaso](#). ¿Cuáles son las razones que usted considera del por qué sucedió esto? ¿Considera que ante un descubrimiento matemático de tal proporción sucedería algo similar? ¿Por qué?

Indicaciones

Los ejercicios interactivos y los ejercicios del trabajo práctico deben entregarse en un único archivo Word, rotulado con su respectivo nombre de la siguiente manera Apellido_Nombre_Actividad1.doc. Envíe el archivo por la [sección actividades](#).

Introducción a Matemática y Trigonometría

Clase 2

Visible para los alumnos

Introducción a Matemática y Trigonometría

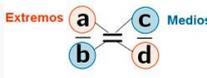
Clase 2: Hallando incógnitas



Carlos Bernal

Hola a todos, comenzamos nuestra segunda clase y en esta oportunidad abordaremos las ecuaciones con números reales. Sin embargo, más que conocer las ecuaciones, que son muy diversas, pretendemos ayudarlo a recordar y pulir dos habilidades necesarias para las matemáticas en general. La primera habilidad consiste en dominar las técnicas necesarias para lograr un despeje correcto en una ecuación que permita encontrar los valores de

Razones y Proporciones



$$a \cdot d = b \cdot c$$

En primer lugar, repasaremos en la siguiente presentación los conceptos de razones y proporciones, y como usarlos para aplicar una regla de tres. Esta es una de las formas más sencillas en las que utiliza el despeje para hallar una incógnita.

[Razones y Proporciones](#)

[Ver en Slideshare](#)



Activar Windows
Ve a Configuración para activar Windows

2. Solucionar los ejercicios y problemas relacionados con razones y proporciones, al igual que de ecuaciones lineales propuestos en el [Trabajo Práctico 2](#). Compruebe los resultados usando la página [Mathopa](#). Posteriormente, realice la gráfica de la ecuación usando [Desmos](#). Exporte cada gráfica como imagen y adjúntelas en la actividad.

3. Participar en el [foro](#) de la unidad, cuya consigna relacionamos a continuación: En el [documento adjunto](#) se han publicado diferentes ejercicios con diversos errores en el procedimiento. Observe solo uno de los ejercicios, luego argumente cual ha sido el error y como puede corregirse. Verifique que lo expresado por otros compañeros sea correcto y comente en caso de hallar inconsistencias.

Indicaciones

Los ejercicios interactivos y los ejercicios propuestos deben entregarse en un único archivo Word, rotulado con su respectivo nombre de la siguiente manera Apellido_Nombre_Actividad2.doc. Envíe el archivo por la [sección actividades](#).

Los ejercicios propuestos pueden desarrollarse a mano por practicidad, pero deberán transcribirse en Word para su entrega. Se valorará los procedimientos y correctos resultados y, además la correcta ortografía en el texto y el uso apropiado de símbolos matemáticos.

A partir de la publicación de la clase tienen 5 días para enviar el archivo resuelto. La puntualidad en la entrega de las actividades es un factor a evaluar.

El plazo para participar en el foro, con relación a la consigna, es de 5 días también. Además, dentro del foro podemos brindar hacer consultas con relación a la clase y las asignaciones. Entre todos, podemos dar respuesta a las inquietudes de otros y encontrar la respuesta al algún interrogante ya previamente resuelto. Se tendrá en cuenta una participación activa dentro del foro.

Continuamos con el estudio de los números reales, nos vemos en los foros.

Carlos Bernal

Activar Windows
Ve a Configuración para activar Windows ?

Introducción a Matemática y Trigonometría

Clase 3

Visible para los alumnos

Introducción a Matemática y Trigonometría

Clase 3: No tan complejo



Carlos Bernal

Bienvenidos a la última clase de la unidad 1, a continuación, haremos un recorrido sobre cómo están conformados los números complejos y revisaremos algunas representaciones de los mismos. También, veremos cómo se

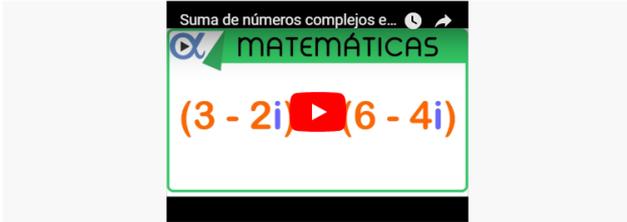
Activar Windows
Ve a Configuración para activar Windows ?

manera, aseguramos la comprensión de los números y evitamos futuras confusiones.

Operaciones con números complejos

Con los números complejos, al igual que en cualquier conjunto de números, se pueden realizar las operaciones básicas, aunque no de la forma en que estamos acostumbrados. Por tal motivo, mostraremos a continuación algunos videos que muestran cómo realizar estas operaciones usando la representación binómica de los números complejos.

[Ejemplo de suma de números complejos.](#)



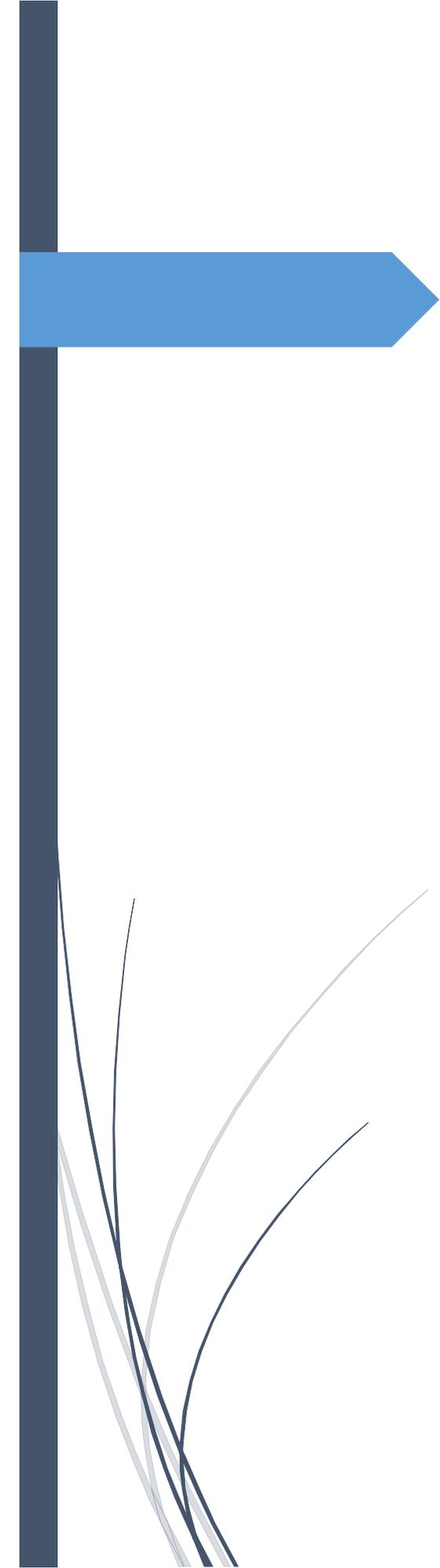
En caso de la sustracción, se trabaja de forma similar.

[Ejemplo de resta de números complejos.](#)



Activar Windows
Ve a Configuración para activar Windows ?

DOCUMENTOS ELABORADOS



Guía Didáctica

Introducción a Matemática y
Trigonometría

Carlos Bernal R

PROGRAMA: INSTALACIONES ELÉCTRICAS EN MEDIA Y BAJA
TENSIÓN

ÍNDICE

Fundamentación Del Curso	2
Objetivos.....	2
Objetivo General.....	2
Objetivos Específicos	2
Contenidos.....	2
Metodología De Trabajo.....	3
Evaluación De Los Aprendizajes	4
Cronograma De Trabajo	5
Presentación Del Tutor	5

FUNDAMENTACIÓN DEL CURSO

El curso de Introducción a Matemática y Trigonometría tiene como finalidad mejorar los conocimientos y habilidades matemáticas y trigonométricas de los estudiantes del programa Instalaciones Eléctricas en media y baja tensión, del centro de formación para el trabajo Gente Estratégica. A lo largo del programa se emplearán estos conocimientos en las diferentes asignaturas propias de la especialidad, por consiguiente, se desarrollará el curso siguiendo la metodología institucional que es Aprender Haciendo, teniendo en cuenta la base pedagógica constructivista.

OBJETIVOS

Objetivo General

Mejorar las habilidades matemáticas y trigonométricas necesarias para las asignaturas propias de la especialidad de electricidad.

Objetivos Específicos

Identificar y operar los sistemas de números reales y complejos.

Utilizar los sistemas de números reales y complejos para resolver problemas de situaciones cotidianas y laborales.

Reconocer y emplear razones trigonométricas en el triángulo rectángulo y en el plano cartesiano.

Usar los conocimientos sobre razones trigonométricas para resolver situaciones problemas según su contexto laboral.

CONTENIDOS

Unidad 1: Sistema de números reales y sistema de números complejos

- Números racionales.
- Expresiones decimales no periódicas y números irracionales. Número real.
- Propiedades y operaciones con números reales (Potenciación y Radicación)
- Razones y Proporciones con números reales (Regla de tres)
- Ecuaciones con números reales
- Números Complejos
- Representaciones y Operaciones con números complejos

Unidad 2: Razones trigonométricas en el triángulo rectángulo y Razones trigonométricas en el plano cartesiano.

- Sistema de medidas angulares y conversiones
- Triangulo rectángulo concepto y elementos
- Razones trigonométricas de ángulos agudos, notable y complementarios.
- Identidades trigonométricas (pitagóricas, recíprocas y por cociente)
- Sistema de coordenadas rectangulares y ángulos en posición normal
- Funciones trigonométricas
- Resolución de triángulos oblicuángulos: Ley de senos y cosenos.

METODOLOGÍA DE TRABAJO

En el centro de formación se tiene Aprender Haciendo como metodología de trabajo, y para llevarlo a cabo en este curso, se hará uso del método de aprendizaje mixto (blended learning).

El curso consta de 40 horas presenciales, las cuales están distribuidas en 2 unidades temáticas con una duración de dos semanas cada una. Para ambas unidades, existirá un análisis previo de las temáticas a trabajar por parte del aprendiz, y estas contarán con el material en plataforma necesario para su estudio y posterior socialización en aula.

Durante las dos semanas de cada unidad, se habilitarán 3 clases virtuales con sus respectivas asignaciones a desarrollar, dentro de ellas encontrarán actividades o talleres con ejemplos y ejercicios prácticos, foros de discusión y pruebas en línea.

Las clases se habilitarán para cada unidad de la siguiente manera:

Unidad 1	Semana 1	Clase 1	Lunes
		Clase 2	Viernes
	Semana 2	Clase 3	Martes
Unidad 2	Semana 3	Clase 4	Lunes
		Clase 5	Viernes
	Semana 4	Clase 6	Martes

Para las clases publicadas los lunes y martes el desarrollo será mixto (virtual - presencial) y para las clases publicadas los viernes el desarrollo será netamente virtual.

Las asignaciones deberán ser entregadas en plataforma en los tiempos establecidos en el cronograma y en el espacio designado en cada unidad para recepción de actividades. Para las asignaciones enviadas fuera del tiempo se restarán puntos en la evaluación, y en caso de que de acumular varias asignaciones pendientes no se recibirán y se sugerirá retomar el curso. Se debe procurar mantener una buena ortografía y usar la simbología matemática que corresponden

en cada trabajo, los cuales, deben presentarse en Word con la ayuda del editor de ecuaciones.

De ser necesario, podrán comunicarse con el tutor a través de los canales de comunicación Mensajes y Debates. Las inquietudes de tipo académico podrán ser resueltas entre todos a través de los foros, por lo que es conveniente estar en permanente comunicación para tratar de solventar las dudas de un compañero, y de igual forma, conocer si nuestra inquietud ya fue resuelta previamente antes de formular la pregunta.

EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

En el centro de formación los aprendices deben ser evaluados presentando evidencias que deben reflejar la asimilación del conocimiento. Esta evidencia de desempeño, conocimiento y producto se evaluarán teniendo en cuenta los siguientes aspectos.

- 1) Puntualidad en la entrega de asignaciones de acuerdo con las fechas establecidas en el cronograma y calendario del curso. De igual forma, la correcta ortografía y uso de los símbolos matemáticos indicados en cada trabajo presentado.
- 2) Para las asignaciones se tendrán en cuenta factores tales como la correcta resolución de los problemas o ejercicios, los procedimientos puestos en práctica para la obtención de los resultados, la justificación de los procedimientos empleados y la apropiada respuesta de la situación problema.
- 3) Activa participación en los foros y en el aula, teniendo en cuenta el estudio de los materiales previo a las sesiones presenciales, la calidad de las respuestas o participaciones y la colaboración con los demás estudiantes para resolver inquietudes con relación a las temáticas trabajadas.
- 4) Se considerará un factor importante la atención a las indicaciones en cada asignación y a las retroalimentaciones de las mismas, pues se invitará a la relectura en caso de presentarse inquietudes que previamente fueron explicadas.
- 5) Sustentación de los problemas o ejercicios entregados, por medio de la Sala de Curso en plataforma o en el aula.
- 6) Realización oportuna y correcta de las pruebas en línea las cuales contarán con un límite de tiempo para su elaboración.

Se realizará la siguiente ponderación para la evaluación:

- Participación activa y colaboración (Desempeño) 30%
- Entrega oportuna y correcta de asignaciones (Producto) 30%
- Pruebas de conocimiento en línea (Conocimiento) 40%

Por último, la escala de valoración que se maneja en nuestra institución es de 0 a 5.0, siendo 3.8 la nota mínima de aprobación para cualquier asignatura del programa.

CRONOGRAMA DE TRABAJO

CRONOGRAMA		
Unidad	Disponibilidad	Clases
Unidad 1: Sistema de números reales y Sistema de números complejos	2 Semanas	Clase 1
		Clase 2
		Clase 3
Unidad 2: Razones trigonométricas en el triángulo rectángulo y Razones trigonométricas en el plano cartesiano.	2 Semanas	Clase 4
		Clase 5
		Clase 6

PRESENTACIÓN DEL TUTOR



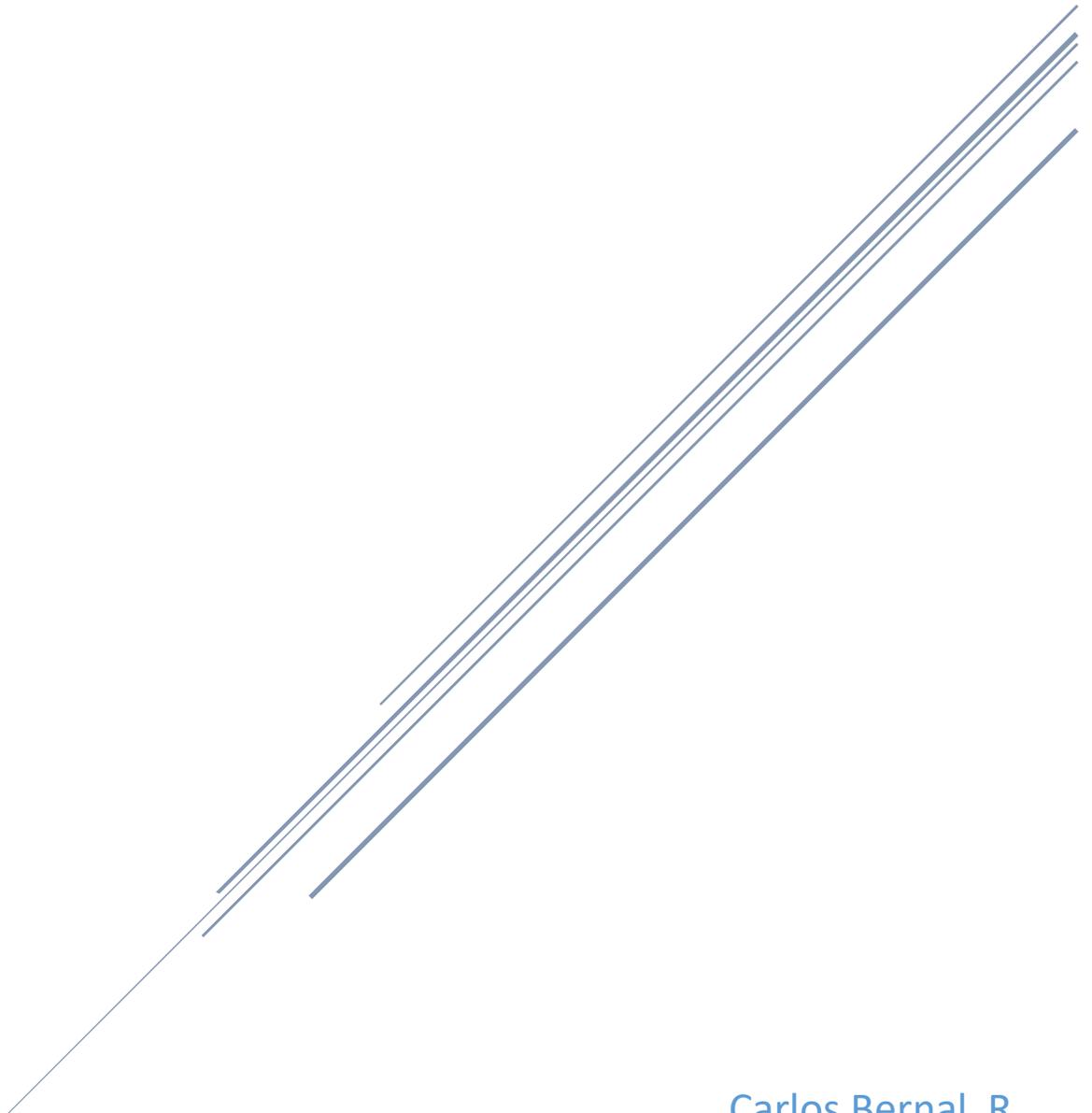
Bienvenidos estimados aprendices: mi nombre es Carlos Eduardo Bernal Rodríguez y seré su guía durante este proceso. Soy Matemático Bilingüe y especialista en entornos virtuales de aprendizaje. Poseo amplios conocimientos en pedagogía y el manejo de las TIC. Tengo 9 años de experiencia en la enseñanza de matemática e inglés, y 7 años laborando como tutor virtual.

Cuento con que tengan la mejor disposición con este curso, para así, mejorar las habilidades matemáticas y trigonométricas esenciales durante toda su estancia en el programa. Les deseo éxitos y bendiciones.

Carlos Bernal Rodríguez

SISTEMAS DE NÚMEROS REALES Y COMPLEJOS

Unidad 1



Carlos Bernal R

Introducción a Matemática y Trigonometría

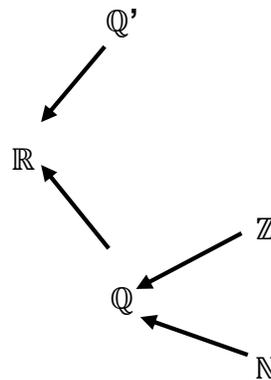
CONTENIDOS

Sistema De Números Reales.....	2
Números Racionales (\mathbb{Q}).....	2
Expresiones Decimales No Periódicas Y Números Irracionales (\mathbb{Q}').....	3
Número Reales (\mathbb{R}).....	4
Potenciación.....	5
Radicación	6
Razones Y Proporciones	7
Proporción Directa E Inversa	8
Regla De Tres Directa E Inversa.....	8
Ecuaciones Con Números Reales.....	10
Sistema De Números Complejos.....	16
Representación De Números Complejos.....	17
Operaciones Con Números Complejos.....	17
Adición.....	17
Multiplicación.....	18
División	19
Referencias.....	20



SISTEMA DE NÚMEROS REALES

El sistema de números reales (\mathbb{R}), está compuesto por dos subconjuntos de números, llamados los racionales (\mathbb{Q}) e irracionales (\mathbb{Q}'). Los racionales a su vez, se componen de los subconjuntos Enteros (\mathbb{Z}) y Naturales (\mathbb{N}).



En este módulo abordaremos el estudio de los números reales a partir del conjunto de los números racionales.

NÚMEROS RACIONALES (\mathbb{Q})

Los números racionales se pueden expresar como el cociente de dos números enteros siendo el divisor diferente de cero (Vitur, 2017). Otra forma de verlo sería un número que se puede expresar de la siguiente forma

$$\frac{a}{b}, \text{ donde } a, b \in \mathbb{Z} \text{ y } b \neq 0$$

Las siguientes expresiones son ejemplos de números racionales:

$$\frac{5}{1}, \frac{6}{-3}, \frac{8}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{-3}{5} \dots$$

De los ejemplos anteriores, si se realiza el cociente podemos analizar que en algunos casos se obtienen valores enteros. En efecto, todo número entero puede ser expresado como un número racional. Por tal motivo, se dice que los enteros son un subconjunto de los racionales.

$$\frac{5}{1} = 5, \quad \frac{6}{-3} = -2, \quad \frac{8}{2} = 4$$

Por otro lado, el resultado de un cociente que proviene de un número racional no siempre será un valor entero. En estos casos, se presentan las expresiones decimales, la cuales pueden ser como se muestra a continuación:

$$\frac{1}{2} = 0.5 \text{ expresión decimal finita,}$$

$$\frac{1}{3} = 0.3333 \dots \text{ expresión decimal infinita periódica}$$

Decimos que una expresión decimal es finita, si los números posteriores al punto decimal son finitos y serán infinitas siempre y cuando los números posteriores al punto decimal sean infinitos. Para el caso de las expresiones decimales infinitas, estas se clasifican en periódicas y no periódicas.

Las cifras decimales infinitas son periódicas si un número o una serie de número se repite cada cierto periodo.

$$\frac{1}{3} = 0.3333 \dots = 0.\hat{3} \text{ periódico puro}$$

$$\frac{1}{6} = 0.16666 \dots = 0.1\hat{6} \text{ periódico mixto}$$

También existen expresiones decimales no periódicas, la cuales abordaremos en la siguiente sección.

EXPRESIONES DECIMALES NO PERIÓDICAS Y NÚMEROS IRRACIONALES (\mathbb{Q}')

Existen números decimales cuyas cifras decimales son infinitas, sin embargo, no tienen un número o una serie de números que se repita cada cierto periodo. Este tipo de números NO se puede expresar de la forma:

$$\frac{a}{b}, \text{ donde } a, b \in \mathbb{Z} \text{ y } b \neq 0$$

Esto significa que estos decimales no periódicos, no pertenecen al conjunto de los números racionales (\mathbb{Q}). Este nuevo conjunto de números, son los denominados números irracionales¹ (\mathbb{Q}') (Vitutor, 2017). A continuación, algunos ejemplos:

¹ Ver Vitutor. Números irracionales.

$$\sqrt{2} = 1.414213562373095 \dots$$

$$\sqrt{7} = 2.645751311064591 \dots$$

$$\pi = 3.141592653589793 \dots$$

NÚMERO REALES (\mathbb{R})

Como se abordó previamente al inicio del texto, los números reales están conformados por los números racionales y los irracionales. En este conjunto se pueden realizar las operaciones básicas de la aritmética: adición, sustracción, multiplicación y la división. De igual forma, también se pueden realizar operaciones tales como la potenciación, la radicación y la logaritmación. Para este módulo se abordarán solo las operaciones potenciación y radicación. Antes recordaremos que los números reales cumplen con ciertas propiedades con las operaciones adición y multiplicación, las cuales, detallamos a continuación:

Adición	Multiplicación
Clausurativa $\forall a, b \in \mathbb{R} \rightarrow (a + b) \in \mathbb{R}$	Clausurativa $\forall a, b \in \mathbb{R} \rightarrow (a * b) \in \mathbb{R}$
Modulativa $\exists 0 \in \mathbb{R} / a + 0 = 0 + a = a, \forall a \in \mathbb{R}$	Modulativa $\exists 1 \in \mathbb{R} / a * 1 = 1 * a = a, \forall a \in \mathbb{R}$
Conmutativa $\forall a, b \in \mathbb{R} \rightarrow a + b = b + a$	Conmutativa $\forall a, b \in \mathbb{R} \rightarrow a * b = b * a$
Asociativa $\forall a, b, c \in \mathbb{R} \rightarrow$ $(a + b) + c = a + (b + c)$	Asociativa $\forall a, b, c \in \mathbb{R} \rightarrow$ $(a * b) * c = a * (b * c)$
Inverso aditivo $\forall a \in \mathbb{R}, \exists -a / a + (-a) = 0$	Inverso multiplicativo $\forall a \in \mathbb{R}, \exists \frac{1}{a} / a * \frac{1}{a} = 1$
Distributiva $\forall a, b, c \in \mathbb{R} \rightarrow a * (b + c) = (a * b) + (a * c)$	

POTENCIACIÓN

²Esta operación consiste en multiplicar un número por sí mismo tantas veces lo indique otro. Se representa de la siguiente manera:

$$a^n = a * a * \dots * a$$

n – veces

La anterior expresión indica que el número representado por **a**, el cual es llamado base, se multiplica tantas veces como **n** indique (Profesor en línea, 2015). Si **n**, denominada exponente, es igual a 3 entonces **a** deberá multiplicarse 3 veces. Como ejemplo tenemos lo siguiente:

$$2^4 = 2 * 2 * 2 * 2 = 16$$

$$4^3 = 4 * 4 * 4 = 64$$

Para la potenciación se cumplen las siguientes propiedades:

PROPIEDAD	
Potencia de base negativa	$-a^n = a \text{ si } n \text{ es par,}$ $-a^n = -a \text{ si } n \text{ es impar}$
Multiplicación de potencias con bases iguales	$a^m * a^n = a^{m+n}$
Cociente de potencias con bases iguales	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
Multiplicación de potencias con igual exponente	$a^m * b^m = (a * b)^m$
Cociente de potencias con igual exponente	$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m$
Potencia de una potencia	$[(a)^{m^n}] = a^{m*n}$
Potencia con exponente negativo	$a^{-m} = \frac{1}{a^m},$ $\frac{a^{-m}}{b^{-n}} = \frac{b^n}{a^m}$

² Ver Profesor en línea. Potencias.

RADICACIÓN

La radicación es la operación inversa de la potenciación, y en ella debemos hallar la raíz de un número determinado. Entiéndase la raíz de un número cualquiera, como el número que multiplicado por sí mismo tantas veces como lo indique un índice, da como resultado el número inicial. Se represente de la siguiente manera:

$$\sqrt[n]{a}$$

De la expresión anterior, llamada radical, se debe entender que a es el valor al cual se le debe hallar la raíz, y n nos indica cuantas veces debe multiplicarse la raíz para obtener como resultado a . Para ilustrar esta idea mostramos los siguientes ejemplos:

$$\sqrt{9} = 3,$$

En este ejemplo se debe entender que cuando el radical no tiene ningún índice, este es 2. Ahora, 3 es la raíz segunda o cuadrada de 9 ya que $3^2 = 9$.

$$\sqrt[3]{27} = 3, \quad \sqrt[4]{625} = 5$$

En estos ejemplos, 3 es la raíz tercera de 27 y 5 es la raíz cuarta de 625 ya que $3^3 = 27$ y $5^4 = 625$ respectivamente.

Relacionamos a continuación las propiedades de la radicación (Profesor en línea, 2015):

³PROPIEDAD	
Multiplicación de raíces de igual índice	$\sqrt[n]{a} * \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a * b}$
Cociente de raíces de igual índice	$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$
Raíz de una raíz	$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m*n]{a}$
Raíz de una potencia con exponente igual al índice	$\sqrt[n]{a^n} = a$
Ingresar un factor a una raíz	$a \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$
Amplificación	$\sqrt[n]{a^q} = \sqrt[mn]{a^{mq}}$

³ Ver profesor en línea. Propiedades de las raíces.

Cabe resaltar que los radicales de números negativo no existen dentro del conjunto de los números reales, sino dentro del conjunto de números complejos que abordaremos varias secciones más adelante.

A tener en cuenta: El manejo de las propiedades de la potenciación, las de la radicación y las operaciones básicas de la aritmética son vitales para la comprensión de la totalidad del módulo.

RAZONES Y PROPORCIONES

Una razón es una comparación entre dos cantidades diferentes de cero, a través de un cociente como se muestra a continuación:

$$\text{Sean } a, b \in \mathbb{R} \text{ y } a, b \neq 0 \rightarrow \frac{a}{b} \text{ es una razón.}$$

La expresión anterior se lee como a es a b.

Por otro lado, hay que tener claro que las razones no son precisamente números racionales puesto que, para las razones las dos cantidades no son necesariamente números enteros. Algunos ejemplos:

$$\frac{5}{6}, \quad \frac{8}{1.4}, \quad \frac{0.5}{3}$$

Ahora, una proporción es una igualdad entre dos proporciones, como describimos a continuación:

$$\text{Sean } a, b, c, d \in \mathbb{R} \text{ y } a, b, c, d \neq 0, \frac{a}{b} \text{ y } \frac{c}{d} \text{ son una proporción} \leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Algunas proporciones:

$$\frac{2}{5} = \frac{8}{20}, \quad \frac{7}{9} = \frac{21}{27}, \quad \frac{30}{42} = \frac{10}{14}$$

Una forma de verificar que las igualdades si se cumple y que efectivamente se da una proporción es a través de la propiedad fundamental de las proporciones que nos dice que el resultado de multiplicar los extremos es igual a la multiplicación de los medios, entonces las razones conforman una proporción. Veamos un ejemplo:

$$\begin{array}{c} \textcircled{2} \quad \textcircled{8} \\ \textcircled{5} \quad \textcircled{20} \end{array}$$

$$\text{extremos } 2 * 20 = 40, \quad \text{medios } 5 * 8 = 40$$

Usaremos los conceptos de razones y proporciones para definir las relaciones entre diversas magnitudes y así poder identificar cuando son directas e inversas.

PROPORCIÓN DIRECTA E INVERSA

Según la RAE (2014) la magnitud es una “*Propiedad física que puede ser medida; p. ej., la temperatura, el peso, etc.*”

Una vez conocido el concepto de magnitud,⁴ podemos decir que existe una proporción directa entre dos magnitudes, si cuando una aumenta o disminuye, la otra magnitud también lo hace (Sangaku, 2018). Por ejemplo, la relación del peso con el costo en la compra de cualquier artículo alimenticio, a mayor cantidad de comida, mayor será el costo que tendríamos que pagar por ella.

En cambio, entre dos magnitudes existirá una proporción inversa, si al aumentar una de ellas la otra disminuye o viceversa. Tal es el caso para la relación del número de obreros y el tiempo de duración de una labor, a mayor cantidad de obreros menor será el tiempo que dure la labor.

Al aprender a identificar este tipo de proporciones, se podrá emplear una herramienta muy útil para hallar valores desconocidos en situaciones problemas. Esta herramienta la veremos a continuación.

REGLA DE TRES DIRECTA E INVERSA

Vamos a proponer la siguiente situación. Digamos que 12 metros de cierto cableado para electricidad tiene un costo de \$48000. ¿Cuánto debemos cancelar si solo deseo comprar 8 metros?

Para una situación como la anterior, debemos primero identificar qué tipo de proporción tenemos. En este caso, las magnitudes cantidad y costo tienen una proporción directa.

Ahora, si deseamos conocer la respuesta al problema debemos plantear la proporción con los valores que nos brinda el problema, estableciendo un orden de acuerdo con las magnitudes.

⁴ Ver Sangaku. Proporción directa e inversa.

$$\frac{8}{12} = \frac{X}{48000}$$

Como se puede observar solo disponemos de 3 valores, por tal motivo, aplicaremos la regla de tres para hallar la solución. En este caso, como la proporción es directa, la regla de tres que debemos usar también será directa.

La regla de tres directa consiste en multiplicar en diagonal los valores conocidos y dividir por el que sobra, como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} & \frac{8}{12} \searrow \frac{X}{48000} \\ X &= \frac{8 * 48000}{12} \\ X &= \frac{384000}{12} \\ X &= 32000 \end{aligned}$$

La respuesta al problema es: Se deben cancelar \$32000 por los 8 metros de cableado.

De esta manera funciona la regla de tres directa. Sin embargo, hay casos donde la proporción es inversa, así que será necesario usar la regla de tres inversa. Analicemos la siguiente situación: Vamos a suponer que 5 obreros tardan 40 días en terminar una labor. Si se contratan 3 obreros más, ¿Cuántos días tardarán los 8 obreros en terminar la labor?

En esta oportunidad las magnitudes, cantidad de obreros y tiempo, son inversamente proporcionales y al establecer la proporción se debe invertir una de las razones para poder aplicar la regla de tres como se realizó en el caso anterior.

$$\frac{5}{8} = \frac{40}{X} \text{ invertimos una de las razones}$$

$$\frac{5}{8} = \frac{X}{40} \text{ realizamos el proceso de regla de tres directa}$$

$$\begin{aligned} & \frac{5}{8} \searrow \frac{X}{40} \\ X &= \frac{5 * 40}{8} \end{aligned}$$

$$X = \frac{200}{8}$$

$$X = 25$$

La respuesta al problema es: Los 8 obreros tardarían 25 días en realizar la labor.

Comprender el uso de las razones y proporciones constituyen una herramienta fundamental en diversos aspectos cotidianos, y nos brinda una idea clara para la temática a desarrollar a continuación.

ECUACIONES CON NÚMEROS REALES

Las ecuaciones e inecuaciones tienen un contenido extenso en las matemáticas y abarcar todo requeriría un tiempo considerable, el cual, no disponemos. Por tal motivo, nos concentraremos en el desarrollo de ecuaciones lineales o de primer grado.

En esencia lo que se pretende aquí es que usted adquiera o mejore dos habilidades, la primera consiste en despejar incógnitas de una ecuación y que sea capaz de establecer una ecuación dada una situación problema. Creemos que esas habilidades se pueden adquirir al trabajar específicamente con las ecuaciones lineales.

Empecemos por definir lo que es una ecuación. Para que una expresión algebraica se considere una ecuación debe existir una igualdad entre algunos valores desconocidos llamados incógnitas, los cuales, solo se pueden satisfacer para ciertas cantidades (Carvajal, et. al, 2016). Veamos una ecuación.

$$25x - 120 = 5$$

De la expresión anterior, podemos decir que cada elemento separado por un signo más o un signo menos recibe el nombre de término. En cuanto a la letra x , está representa a la incógnita o el valor desconocido. Por último, el exponente de la incógnita recibe el nombre del grado, en el ejemplo al no tener exponente esto se entiende que es uno, por eso la ecuación se le denomina de primer grado.

¿Cómo se soluciona una ecuación?

Resolver una ecuación consiste en hallar el valor de la incógnita, de forma que la igualdad se cumpla. Para ellos será necesario aplicar algunos artificios matemáticos para lograr despejar la incógnita. Dichos artificios, consisten en la aplicación de la

operación inversa para así eliminar las cantidades que acompañan a el valor desconocido.

A continuación, realizaremos diversos ejemplos para que usted tenga una base fundamentada para resolver las ecuaciones lineales que se le asignen.

Ejemplo 1

Hallar el valor de la incógnita dada la ecuación:

$$12x + 27 = 63$$

Como se trata de despejar X, primero restaremos en ambas partes de la igualdad el valor 27, ya que es la operación inversa de la suma.

$$12x + 27 - 27 = 63 - 27$$

Debe hacerse en ambos lados para no desbalancear la ecuación. Luego hacemos la resta.

$$12x = 36$$

Ahora, para eliminar el número 12, el cual está multiplicando, debemos realizar a ambas partes de la igualdad una división por la misma cantidad para que al dividir nos quede 1 * X.

$$\frac{12x}{12} = \frac{36}{12}$$

$$\rightarrow x = 3$$

Podemos realizar la comprobación reemplazando el valor obtenido de x en la ecuación inicial.

$$12x = 36$$

$$12(3) = 36$$

Efectivamente, 12 por 3 es igual a 36, por consiguiente, la respuesta es correcta.

Para los siguientes ejemplos mostraremos los pasos omitiendo las operaciones junto a la incógnita, pues se entiende que el valor siempre se eliminará haciendo uso de la operación inversa.

Ejemplo 2.

Hallar el valor de la incógnita dada la ecuación:

$$\begin{aligned}25x - 32 &= 93 \\ \rightarrow 25x &= 93 + 32 \\ \rightarrow 25x &= 125 \\ \rightarrow x &= \frac{125}{25} \\ \rightarrow x &= 5\end{aligned}$$

Ejemplo 3

Hallar el valor de la incógnita dada la ecuación:

$$\begin{aligned}\frac{3}{4}a + 21 &= 117 \\ \rightarrow \frac{3}{4}a &= 117 - 21 \\ \rightarrow \frac{3}{4}a &= 96 \\ \rightarrow 3a &= 96 * 4 \\ \rightarrow 3a &= 384 \\ \rightarrow a &= \frac{384}{3} \\ \rightarrow a &= 128\end{aligned}$$

Ejemplo 4

Hallar el valor de la incógnita dada la ecuación:

$$10y + 52 = 6y + 196$$

Para este tipo de ecuaciones debemos ubicar del mismo lado de la igualdad los términos literales, es decir, que acompañan a la variable, y del otro lado los términos independientes aplicando siempre la operación inversa.

$$10y - 6y = 196 - 52$$

$$4y = 144$$

$$y = \frac{144}{4}$$

$$y = 36$$

Ejemplo 5

Hallar el valor de la incógnita dada la ecuación:

$$\frac{35}{13}x - 47 = \frac{14}{13}x + 142$$

$$\frac{35}{13}x - \frac{14}{13}x = 142 + 47$$

$$\frac{35x - 14x}{13} = 142 + 47$$

$$\frac{21x}{13} = 189$$

$$21x = 189 * 13$$

$$21x = 2457$$

$$x = \frac{2457}{21}$$

$$x = 117$$

Para los siguientes ejemplos, se debe comprender lo que el enunciado propone para así plasmar la ecuación.

Ejemplo 6

Si el cuádruple más dieciocho de una cantidad es igual a cincuentaicuatro. ¿Cuál es el valor de la cantidad?

Lo primero que debemos hacer es darle asignación al valor a encontrar, normalmente usamos letras minúsculas, la más común es la x . Ahora, el cuádruple significa que esa cantidad desconocida debe multiplicarse por 4, es decir:

$$4x$$

Luego, el enunciado nos dice que al cuádruple se le debe sumar 18, entonces:

$$4x + 18$$

Por último, se nos indica que existe una igualdad entre la expresión anterior y 54.

$$4x + 18 = 54$$

Se ha logrado definir la ecuación, ahora dejamos al lector la resolución de la misma como se explicó en los ejercicios anteriores.

Ejemplo 7

Las tres quintas partes menos doce de una cantidad es igual a ochentaicuatro. ¿Cuál es el valor de la cantidad?

De igual forma al ejercicio previo debemos leer y establecer la ecuación por secciones hasta completarla toda. En primer lugar, asignamos la incógnita y para este caso usaremos a .

Luego, el enunciado comienza con la expresión tres quinta partes la cual representa un número racional y debemos expresarlo como tal.

$$\frac{3}{5}x$$

Ahora, restamos 12.

$$\frac{3}{5}x - 12$$

Por último, lo igualamos a 84 como indica el enunciado.

$$\frac{3}{5}x - 12 = 84$$

De esta forma hemos logrado definir la ecuación. Al igual que antes, dejamos al lector la solución de la misma.

Los ejemplos 6 y 7 son una muestra del tipo de ejercicios básicos que son de utilidad para desarrollar la habilidad de establecer una ecuación dada una situación problema.

Se trabajará con este tipo de problemas previo a enfrentarnos a problemas con un grado de comprensión mayor como el que mostraremos a continuación:

Ejemplo 8

La edad de Daniel es el triple menos 7 la edad de su hermano menor. Si Daniel tiene 11 años, ¿Cuántos años tiene su hermano menor?

Primero debemos asignar la incógnita y luego analizar los datos que nos brindan.

X = edad del hermano menor

Ahora, se nos dice que la edad de Daniel es el triple menos 7, entonces debemos multiplicar la incógnita por 3, ya que es el triple, y luego restarle 7.

$$3x - 7$$

La expresión anterior debe igualarse con la edad de Daniel que es 11.

$$3x - 7 = 11$$

La solución de la ecuación anterior es 6. Dejaremos al lector la comprobación de este resultado.

Durante el desarrollo de la unidad trabajaremos con diversos problemas similares que tienen relación directa con su especialidad. Los invitamos a continuar con el estudio de esta temática consultando las ecuaciones lineales con dos incógnitas, los sistemas de ecuaciones lineales 2x2 y las ecuaciones cuadráticas.

SISTEMA DE NÚMEROS COMPLEJOS

⁵ Los números complejos están conformados por los números reales y los denominados números imaginarios (Ekuatio, 2017). Estos últimos, reciben el nombre de imaginarios puesto que parten de la idea de radicales de números negativos, lo cual, como se mencionó unidades anteriores no es posible, como se muestra a continuación:

Todo número que se eleva al cuadrado sea positivo o negativo siempre se obtiene como resultado un valor positivo.

$$3^2 = 9$$

$$(-3)^2 = 9$$

Esto quiere decir, que no existe un número que multiplicado por sí mismo, dé como resultado un número negativo. Por lo tanto, no es posible hallar la raíz cuadrada de un número negativo.

$$\sqrt{-9}, \quad \text{no es posible}$$

De esta situación, se crearon los números imaginarios bajo la siguiente representación.

$$i = \sqrt{-1}, \text{unidad imaginaria}$$

Si bien no es posible conocer el resultado del radical, se le brinda una representación, en este caso i , para poder operarlos. De esta forma, todo número que acompañe a esta representación será denominado número imaginario.

$$1i, 2i, 3i, 4i, 5i \dots$$

De los números anteriores, hay que comprender que es una forma de escritura pues en esencia los números se dan de la siguiente forma:

$$\text{como } i = \sqrt{-1}, \text{ entonces } 2i = 2\sqrt{-1}$$

Y aplicando las propiedades de la radicación

$$2\sqrt{-1} = \sqrt{4 * -1} = \sqrt{-4}$$

⁵ Ver Ekuatio, Números Complejos.

De forma similar, se darían las formas para todo número imaginario.

Ahora, como mencionamos antes los números complejos están conformados por reales e imaginarios, de la siguiente forma:

$$a + bi$$

donde a es la parte real y b la parte imaginaria

Veamos algunos ejemplos.

$$3 + 5i, \quad 8 + 5i, \quad 7 + 10i$$

REPRESENTACIÓN DE NÚMEROS COMPLEJOS

Existen diversas formas de representar un número complejo. Existen la forma binómica, la forma cartesiana y la forma polar.

La representación vista hasta ahora es la binómica. En la forma cartesiana, los números complejos se representa como una pareja ordenada (a, b) , donde la primera componente es la parte real y la segunda componente es la parte imaginaria.

La forma polar viene dada por dos valores muy característicos (r, θ) , los cuales se derivan de los valores dados en una expresión binómica.

Para este módulo trabajaremos exclusivamente con la forma binómica de los números complejos.

OPERACIONES CON NÚMEROS COMPLEJOS

A continuación, abordaremos las operaciones básicas entre números complejos.

ADICIÓN

⁶Para llevar a cabo la suma de dos números complejos, debemos realizar la suma de las partes reales y luego las partes imaginarias por separado (Matemática tuya, s.f.), como mostramos a continuación:

$$(5 + 12i) + (9 + 7i)$$

⁶ Ver Matemática tuya. Suma y resta de números complejos.

$$\begin{aligned} &= (5 + 9) + (12i + 7i) \\ &= 14 + 19i \end{aligned}$$

En el caso de la sustracción funciona de forma similar

$$\begin{aligned} &(8 + 24i) - (15 + 19i) \\ &= (8 - 15) + (24i - 19i) \\ &= -7 + 6i \end{aligned}$$

MULTIPLICACIÓN

Para la multiplicación necesitaremos tener claro lo siguiente:

$$i = \sqrt{-1}$$

$$i^2 = (\sqrt{-1})^2$$

$$i^2 = -1$$

Tengamos esto presente para comprender como se multiplican números complejos.

⁷Ahora, dados dos números complejos:

$$(a + bi) * (c + di)$$

Multiplicaremos ambos números de la siguiente manera:

$$(ac - bd) + (ad + bc)i$$

(Matemática tuya, s.f.).

A continuación, un ejemplo.

$$(2 + 4i) * (5 + 3i)$$

Si seguimos la expresión anterior debemos multiplicar los términos de la siguiente forma.

$$a * c = 2 * 5 = 10$$

$$b * d = 4i * 3i = 12i^2, \text{ pero } i^2 = -1 \text{ entonces } 4i * 3i = -12$$

$$a * d = 2 * 3 = 6$$

⁷ Ver Matemática tuya. Multiplicación de números complejos.

$$b * c = 4 * 5 = 20$$

Dados los resultados, los reemplazamos como indica la expresión.

$$\begin{aligned}(10 - 12) + (6 + 20)i \\ = -2 + 26i\end{aligned}$$

DIVISIÓN

⁸Veamos con el siguiente ejemplo.

$$\frac{(10 + 8i)}{(7 + 12i)}$$

Para realizar la división de los números complejos anteriores, debemos multiplicar ambas expresiones por la conjugada del denominador (Ditutor, 2015). La conjugada consiste en cambiar de signo a la parte imaginaria de la expresión, es decir:

$$7 - 12i$$

Multiplicando,

$$\frac{(10 + 8i)}{(7 + 12i)} * \frac{(7 - 12i)}{(7 - 12i)}$$

Aplicando lo aprendido en la multiplicación obtendremos:

$$\begin{aligned}\frac{166 - 64i}{193} \\ = \frac{166}{193} - \frac{64}{193}i\end{aligned}$$

Dejamos al lector la comprobación de la multiplicación de cada número complejo por la derivada del denominador.

⁸ Ver Ditutor. División de números complejos en forma binómica.

REFERENCIAS

- Carvajal, J, et. al. (2016). Ecuaciones. *Secuencias Matemática 9*. Bogotá, Colombia, Libros & Libros.
- Ditutor. (2015). División de números complejos en forma binómica. ditutor.com. Recuperado de https://www.ditutor.com/numeros_complejos/division_complejos.html
- Ekuatio. (2017). Números complejos. ekuatio.com. Recuperado de <https://ekuatio.com/apuntes-de-matematicas/numeros-aritmetica/los-numeros-complejos/numeros-complejos-definicion/>
- Matematica tuya. (s.f.). Multiplicación de números complejos. matematicatuya.com. Recuperado de <http://matematicatuya.com/Complejos/multiplicar-producto-binomica.html>
- Matematica tuya. (s.f.). Suma y resta de números complejos. matematicatuya.com. Recuperado de <http://matematicatuya.com/Complejos/Adicion-sustraccion-imaginario.html>
- Profesor en línea. (2015). Potencias. Santiago, Chile. profesorenlinea.cl. Recuperado de <http://www.profesorenlinea.cl/matematica/Potenciabaseentera.htm>
- Profesor en línea. (2015). Propiedades de las raíces. Santiago, Chile. profesorenlinea.cl. Recuperado de http://www.profesorenlinea.cl/matematica/Raices_Propiedades.html
- Real Academia Española. (2014). Diccionario de la lengua española (23.a ed.). Consultado en <http://dle.rae.es/?id=NucYiO7>
- Sangaku S.L. (2018). Proporción directa e inversa. sangakoo.com. Barcelona, España. Recuperado de <https://www.sangakoo.com/es/temas/proporcion-directa-e-inversa>
- Vitutor. (2017). Números Irracionales. vitutor.com. Recuperado de <https://www.vitutor.com/di/re/r1.html>
- Vitutor. (2017). Números Racionales. vitutor.com. Recuperado de https://www.vitutor.com/di/r/a_10.html

Conclusiones

Este proyecto se elaboró para dar respuesta a una problemática hallada en el programa de Instalaciones Eléctricas en Media y Baja tensión del Centro de formación para el trabajo Gente Estratégica, a través de un curso virtual que complementa el trabajo en aula buscando mejorar las habilidades matemáticas y trigonométricas necesarias para el programa y a su vez, permita el máximo alcance de los contenidos sin incrementar la asignación académica presencial.

En adición a esto, la propuesta ofrece algunas ventajas para los aprendices tales como la flexibilidad que obtienen para establecer su tiempo de trabajo y la posibilidad de acercamiento constante con los instructores dado por los diversos canales de comunicación de la plataforma. De igual forma, se dan aspectos positivos para el centro ya que se adoptan nuevas herramientas tecnológicas como el LMS, y se implementan estrategias de alto impacto acordes con la base pedagógica institucional.