



## **UNIVERSIDAD TÉCNICA NACIONAL**

**VICERRECTORÍA DE INVESTIGACIÓN Y POSTGRADO CENTRO DE  
FORMACIÓN PEDAGÓGICA Y TECNOLOGÍA  
EDUCATIVA**

**MAESTRÍA EN ENTORNOS VIRTUALES DE APRENDIZAJE**

### **PROYECTO DE INTERVENCIÓN**

#### **TÍTULO DEL PROYECTO:**

**HACIA LA CONCEPCIÓN DE UN CURSO VIRTUAL DE RECURSOS  
INFORMÁTICOS DIRIGIDO A FUTUROS DOCENTES DE MATEMÁTICAS DE  
SECUNDARIA**

#### **PREPARADO POR:**

**YURI MORALES LÓPEZ**

#### **TUTOR DEL PROYECTO:**

**DRA. MARIELA DELAURO**

**AÑO 2018**

## ÍNDICE

Resumen Técnico.....	3
1. El problema.....	5
Problema.....	5
Justificación .....	5
Contexto del problema.....	6
2. Prospectiva.....	9
3. Propuesta pedagógica.....	10
4. Objetivos .....	12
General.....	12
Específicos .....	12
5. Resultados esperados .....	12
6. Aspectos operativos.....	12
Administración.....	12
Aprendizaje y tecnologías .....	13
Tutoría .....	14
Materiales didácticos.....	15
7. Evaluación y seguimiento del Proyecto .....	15
Antes, durante y al finalizar el proyecto .....	15
Indicadores de evaluación de cada aspecto operativo.....	17
8. Cronograma para ejecución del proyecto.....	17
9. Presupuesto .....	18
10. Bibliografía .....	19
11. Desarrollo del proyecto.....	21
12. Documentos elaborados.....	46
13. Guía Didáctica.....	47
14. Módulo: Construcciones geométricas y diseño básico de secuencias .....	58
15. Conclusiones .....	74

## Resumen Técnico

La Escuela de Matemáticas de la Universidad Nacional (UNA) en Costa Rica enfrenta un cambio relevante en la visión sobre la formación de educadores de matemáticas de secundaria. En 2016, fue aprobado un nuevo currículo que inició su ejecución en 2017. Esto ocurre por varias razones, pero, principalmente, surge como una respuesta a las debilidades ya detectadas por múltiples actores y evaluadores del proceso educativo. Tras esta reforma curricular, muchos de los cursos fueron redefinidos en común acuerdo con expertos, estudiantes, profesores en servicio, empleadores, entre otros.

Dos cursos del currículo anterior al del 2017 atendían, indirectamente, los recursos tecnológicos. El problema detectado en este caso es que uno de estos era completamente dirigido a elementos de programación en lenguajes computacionales y, el otro, versaba sobre recursos didácticos de forma generalísima (incluyendo los tecnológicos). Esto, evidentemente, generó una brecha enorme y una descontextualización de la tecnología para profesores de matemáticas formados bajo el currículo anterior.

En este contexto, se diseñó una propuesta para el abordaje de la componente tecnológica en la formación de docentes de matemáticas de secundaria en la UNA. Se ha desarrollado considerando un entorno virtual de aprendizaje soportado en el Moodle de la UNA (Aula Virtual).

La propuesta pedagógica contiene distintas clases y actividades virtuales que integran de forma sinérgica: 1) la Geometría, 2) su Desarrollo Histórico, y 3) el Uso de Recursos Tecnológicos para la enseñanza de la geometría en secundaria. Si bien este curso está orientado al aprendizaje de tecnologías, se construyó una propuesta donde el proceso y el resultado tendrán un sentido para el futuro educador de matemáticas como un profesional.

De esta manera, el lector encontrará, específicamente, una propuesta para el curso virtual Recursos Informáticos MAC-404, donde se han elaborado: una guía didáctica del curso, el material completo para las tres primeras clases de la primera unidad, la redacción de las clases, y integración de estas clases y las actividades correspondientes en el Aula virtual en Moodle de la UNA.

# **PROPUESTA DEL PROYECTO**

## 1. El problema

### Problema

La Escuela de Matemática de la Universidad Nacional en Costa Rica vive una transición entre un programa de formación de docentes de matemáticas con más de 15 años de vigencia con pocos cambios sustanciales, y entre un programa adoptado en 2017 donde se plasman muchos esfuerzos por mejorar las debilidades ya detectadas por el personal y entidades acreditadoras. El problema que motiva este proyecto es la débil formación en el uso de recursos tecnológicos, específicamente en el campo profesional del educador de matemáticas y que está altamente influenciado por un enfoque tradicionalista de la enseñanza de tecnologías.

### Justificación

La formación de profesores de educadores en matemáticas es fundamental para el desarrollo de los distintos pueblos. Se considera a las matemáticas como una actividad social y el papel del maestro es un pilar en las acciones que fomentan la construcción genuina.

Este educador no solo debe tener una excelente formación en matemáticas, sino que debe ser preparado en la pedagogía misma de las matemáticas. Los “profesores necesitan saber respecto al tema que enseñan, necesitan saber cómo enseñarlo, y necesitan saber cómo actuar y comportarse como un profesor” (Potari y Da Ponte, 2017, p. 3).

En muchos países, la educación matemática, y principalmente, la formación de profesores en esta área posee importantes debilidades. Por ejemplo, en Costa Rica, trabajos como Ruiz, Barrantes y Gamboa (2009), Ruiz y Barrantes (2016), Morales-López y Font (2017a; 2017b), Morales-López (2017), han ahondado en varias de las carencias académicas con las que los docentes de matemáticas son formados. Autores como Ruiz, Barrantes y Gamboa (2009), señalan que los perfiles académicos profesionales escritos en los programas de formación son de un nivel al menos adecuado (al menos en el papel), pero la realidad nos indica que muchos de los docentes, principalmente de universidades privadas no saben matemática ni cómo enseñarla; incluso 43% de los profesores en ejercicio no domina los conocimientos de secundaria (Cuarto Informe Estado de la Educación, 2013).

En un contexto donde los profesores egresados en las universidades públicas sí han logrado demostrar al menos un conocimiento aceptable en matemáticas (Cuarto Informe Estado de la Educación, 2013), la tarea es mejorar la forma en cómo enseñar matemáticas. Cabe indicar que este asunto no es segregar parte por parte, miembro por miembro, lo que podría considerarse

como una suma entre matemática y educación. La educación matemática es una profesión más allá de la matemática pura y la educación que trasciende a la pedagogía o didáctica de la matemática. Así, mejorar la forma en que se enseña siempre estará ligado al conocimiento matemático y pedagógico matemático.

En este proyecto se atiende de forma integral la necesidad de formación de profesor en el uso inteligente de recursos tecnológicos de forma armónica y ecológica con los conocimientos matemáticos y didáctico-matemáticos. Aquí es aplicable la misma premisa: el uso de recursos tecnológicos durante la formación inicial coexiste y tiene sentido en la medida que esté integrado en un todo a lo que llamamos un profesional en educación matemática. Lamentablemente, al menos en las carreras de formación de profesores de matemáticas en Costa Rica, la formación en recursos tecnológicos ha vivido desprendida de la profesión misma. Aun hoy se encuentran cursos donde la componente tecnológica sigue siendo concebida como el software por sí mismo, desligando su utilidad para un educador en matemáticas.

## Contexto del problema

La Universidad Nacional en Costa Rica ha sido pionera en la formación de profesores de matemáticas. Con su fundación en 1974, ha dotado de profesionales de alta calidad en esta área. Antes de 2017, la carrera de Bachillerato y Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática con salida lateral al Profesorado estuvo vigente desde el 2004 mediante el oficio DC-116-2004 y en ejecución desde 2005 (y cuya autoevaluación inició en 2003). Esta es compartida por la Escuela de Matemática y por la División de Educología.

Esta carrera contaba con dos cursos regulares: MAB306 Introducción a la Informática y DEY327 Recursos Didácticos para el Aprendizaje de las Matemáticas, y un módulo optativo (que se ofertaba según la decisión de la Escuela de Matemática). El curso MAB306 se basaba principalmente en el aprendizaje de Excel, Latex y elementos de programación en lenguajes computacionales ofrecido por la Escuela de Matemática. El curso DEY327 versaba sobre muchos tipos de recursos en el cual, parcialmente, era tomado el tema de tecnologías de forma escueta, principalmente por el tiempo y la variedad de recursos que se mostraban; este era ofrecido por la División de Educología. El módulo MAB310 Tecnología como herramienta didáctica, teóricamente, pretendía la conexión entre los dos anteriores. El problema evidente es que al ser un módulo, dependía de la dirección de la Escuela de Matemáticas si ofertaba este u otro.

Este programa de 2005 fue acreditado por el Sistema Nacional de Acreditación de la Educación Superior (SINAES) [que es opcional en Costa Rica] comprometiendo a la carrera a llevar un proceso de autoevaluación y reacreditación. En el informe de reacreditación de 2009 se evidenció como una fortaleza una fundamentación teórica sólida pero hizo hincapié en que había una debilidad en la parte práctica de las estrategias metodológicas. Esto derivó en la obligación para la carrera de cambios en el enfoque del uso de la tecnología, los idiomas, entre otros (Comisión de Acreditación, 2009, p. 45).

Los cambios emanados en distintas autoevaluaciones, reacreditaciones, valoraciones de pares internos y externos trascendieron el aspecto de cambio ligero y requirieron modificaciones sustanciales. Así, nace el proyecto Enfoque por competencias: una propuesta para el currículo de formación de la carrera Enseñanza de la Matemática de la Universidad Nacional (SIA 0329-10), cuyo objetivo principal era crear una propuesta para la asamblea de académicos de ambas unidades sobre un nuevo plan de estudios. No se detalla la construcción social de este documento, pero cabe indicar que participaron expertos, docentes activos de la UNA, docentes retirados, profesores de secundaria en servicio, estudiantes en formación, autoridades educativas y empleadores.

Respecto a la componente tecnológica y la aplicación de las normativas institucionales la Institución cuenta con una definición de Modelo Pedagógico (Universidad Nacional, 2007) donde se detalla como uno de sus elementos la “función de las tecnologías como medio que facilita la interacción entre profesores, alumnos y contenidos de aprendizaje” (p. 6) y donde se estipula que en el quehacer universitario se presuponen los “entornos de aprendizaje alternativos que se apoyan en las nuevas tecnologías” (p. 7). En el caso de los procesos de enseñanza y aprendizaje, se interpretan a las tecnologías de información y comunicación (TIC) como “un agente de cambio que incide en el trabajo pedagógico y en las relaciones educando-educador y educando-educando” (p. 8).

Junto a este Modelo, también se cuenta con las *Políticas para la incorporación de las tecnologías de información y la comunicación en los procesos académicos de la Universidad Nacional*. Aunque este documento es amplio y detalla muchos elementos, en la Tabla 1 se muestran las principales políticas respecto al quehacer académico institucional ahí contenidas.

Tabla 1: *Políticas para la incorporación de las tecnologías de información y la comunicación en los procesos académicos de la Universidad Nacional, 2009.*

Políticas Institucionales, UNA.	1	Fomenta la innovación en los procesos académicos, en la oferta educativa y en la actividad docente, acorde con los criterios de calidad institucional
	2	Responde a los retos de las tendencias actuales del desarrollo de las TIC y de mejores prácticas en el ámbito académico, al potenciar nuevos usos de la información y las comunicaciones en los procesos de enseñanza y aprendizaje.
	3	Incorpora alternativas para el uso progresivo de las TIC en la docencia, para enriquecer el proceso educativo y diversificar las estrategias de enseñanza y aprendizaje.
	4	Fortalece la investigación y la extensión mediante estudios sistemáticos, diagnósticos, proyectos y prácticas innovadoras, entre otros, en los ámbitos nacional, regional e internacional
	5	Emprende procesos formativos, graduales y continuos, para el personal académico, en la utilización de herramientas tecnológicas y ambientes virtuales que apoyen los procesos de enseñanza y aprendizaje.
	6	Promueve la coordinación permanente entre Facultades, Centros, Sedes y unidades académicas para un mejor aprovechamiento de los recursos, la utilización de las herramientas tecnológicas y las experiencias que derivan de los procesos de aprendizaje.
	7	Orienta a las Comisiones Curriculares de Facultad, Centro, Sede y unidad académica en los procesos de diseño, ejecución, evaluación y rediseño curricular que incorporan el uso de las TIC.
	8	Propicia la coordinación entre los programas, proyectos y actividades de investigación, extensión, producción y docencia, que involucren a académicos, estudiantes y comunidad nacional en la aplicación de herramientas tecnológicas actualizadas.
	9	Apoya la producción de materiales digitales como soporte pedagógico para potenciar diferentes procesos de aprendizaje.
	10	Garantiza a la comunidad académica y estudiantil el acceso al hardware y software que tiene disponible la institución, para fomentar y desarrollar los procesos académicos de innovación tecnológica.
	11	Promueve el acceso a bibliotecas virtuales, bases electrónicas y otros tipos de recursos y referencias que apoyen el quehacer académico de la UNA.

Extraído de *Políticas para la incorporación de las tecnologías de información y la comunicación en los procesos académicos de la Universidad Nacional (2009, pp. 3-4).*

En el marco del proyecto asociado al diseño del currículo también se construyeron ciertos indicadores internos derivados de las investigaciones emprendidas en la misma Escuela de Matemáticas (ver Tabla 2).

Tabla 2. Algunos documentos desarrollados para el diseño del nuevo programa concernientes a la componente tecnológica

<p><b>Morales, Y.</b> (2010). En <i>Búsqueda de las Competencias Tecnológicas en la Formación de Formadores en Matemáticas. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática</i>. Año 5, N6. pp. 63-80. Disponible en <a href="https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6923">https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6923</a></p>
<p><b>Morales, Y.</b> (2011). Inputs for the incorporation of the UNESCO guidelines on ICT competency standards for teachers: the training of teachers of mathematics in Central America. <i>Revista Aula Abierta</i>, 39 (1) 3-12. España. Recuperado de <a href="http://www.uniovi.net/ICE/publicaciones/Aula_Abierta/numeros_anteriores_hasta_2013/i15/03_AulaAbierta_vol39_n1_enero_2011">http://www.uniovi.net/ICE/publicaciones/Aula_Abierta/numeros_anteriores_hasta_2013/i15/03_AulaAbierta_vol39_n1_enero_2011</a></p>
<p><b>Morales, Y., Poveda, R., &amp; Ugalde, A.</b> (2011). La tecnología como herramienta educativa: Insumos para una posible Reforma curricular en la Carrera de Enseñanza de la Matemática de la Universidad Nacional. <i>Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática</i>. Año 4, N5. pp. 95-111. Disponible en <a href="https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6914">https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6914</a></p>
<p><b>Morales, Y.</b> (2011). Arguments for the definition of the ICT skills for prospective teachers: university student perception about the role of teachers of Mathematics in secondary. <i>Ciência &amp; Educação</i>. 17(3). 757-769. Disponible en <a href="http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v17n3/a15v17n3.pdf">http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v17n3/a15v17n3.pdf</a></p>

En este contexto fueron desarrollados todos los componentes del nuevo currículo. En particular, en la nueva maya curricular desaparecen los módulos y se implantan cursos de didácticas específicas. Tras la necesidad de cursos especializados y que esta carrera estaba al tope de creditaje permitido, otros cursos no fueron considerados dentro de la nueva carrera (esto entre otros factores como los concesos entre las distintas poblaciones consultadas).

Así, desaparecen los cursos MAB306 y DEY327 (los dos de tres créditos), y es definido en la nueva maya el curso MAC 404 Recursos Informáticos (de cuatro créditos), en el cual, *grosso modo*, se esperaba incorporar las recomendaciones de distintos sectores respecto al uso de tecnología concretamente en el marco de la formación de los profesores de secundaria.

Aunque en el ideal de todo cambio está intrínsecamente la necesidad de mejorar, a veces, entre la realidad y la utopía, no siempre los procesos son abordados por todos los grupos de forma idónea. Este es posible el caso de este curso MAC 404, donde el grupo de profesores no logró generar acuerdos que evidenciaran mayor sintonía entre los recursos tecnológicos y la educación matemática.

El nuevo currículo fue aprobado bajo el nombre de carrera de Bachillerato y Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática (BLEM-2017) bajo el oficio UNA-CO-FCEN-ACUE-501-2016 y entró en vigencia el 1 de enero de 2017. Hay una enorme necesidad de sintonizar este curso con la realidad expuesta y que este responda a las expectativas con el que fue concebido originalmente por los distintos grupos involucrados en la creación de este programa.

## 2. Prospectiva

El proyecto aquí descrito tiene la tarea principal de dotar a este curso de una visión actualizada sobre el aprendizaje de los recursos tecnológicos en la educación matemática. Por más grande

que la tarea parezca, está delimitada por una configuración adecuada de una visión de aprendizaje en un entorno virtual de aprendizaje (corto plazo). Es claro que esto podría eventualmente abrir la puerta al estudio de elementos que no han sido considerados en la formación inicial de profesores en la UNA (recursos como realidad aumentada, entre otros). Este proyecto además, podría ser un punto de partida para mantener un diálogo permanente y construir alrededor de otros cursos, donde la tecnología debe aparecer en términos de ejes transversales, que aunque importantes, muchas veces son relleno en algunos programas de estudio (mediano plazo).

### 3. Propuesta pedagógica

Existen al menos dos formas de entender lo que puede ser legítimo en educación matemática:

1. *Positivista*, resultados irrefutables de investigación y
2. *Consensual*, donde lo correcto se construye a través de la decisión o acuerdo – por ejemplo, estándares NCTM.

Este proyecto se enmarca en una postura consensual del conocimiento en educación matemática y del uso adecuado de los recursos tecnológicos. En primera instancia, el conocimiento que se cimienta en los distintos espacios (foros, prácticas, módulos del curso) nace desde una construcción conjunta, y se expone y refina ante lo que la literatura internacional muestra.

Se puede empezar indicando que, como un proceso complejo, no es posible circunscribir y delimitar todos los “momentos de vida” en la actividad de un curso en un solo paradigma. Varios modelos permiten describir lo que este proyecto persigue.

Esto es relevante pues

“La selección del enfoque con que se van a afrontar las condiciones del diseño, el decir con el tipo de alumnos, de estrategias docentes y con los objetivos de formación, vendrá en función de los principios que suministran las teorías barajadas. Que así serán considerados como principios de intervención en el diseño educativo.” (Zapata-Ros, 2012, p. 5)

A continuación se mencionan brevemente los aportes de las teorías que nutren el proyecto.

En ciertas etapas del curso que se planifica, las actividades responden principalmente al trabajo que se deriva de la acción individual en donde la forma de concebir el aprendizaje puede ser

mejor explicada a través del cognitivismo, centrado en el estudiante enfrentando sus propios esquemas ante situaciones problemas, y que logre reconstruir un nuevo esquema mental.

El principal aporte de esta teoría en el proyecto es la concepción del individuo como un ser activo en el que, durante el transcurso, puede construir conocimiento significativo. La tarea principal en el tipo de actividad que es propuesta será entender y aprovechar “cómo el individuo construye su pensamiento a través de sus estructuras organizativas y funciones adaptativas al interactuar con el medio” (Valdez, 2012, p. 6).

Otro enfoque en donde se engloban parte de las actividades aquí planteadas es el constructivismo. Bajo esta teoría se enmarcan distintas aristas,

- a) explorador: los alumnos tiene la oportunidad de explorar nuevas ideas, herramientas que lo impulsan a considerar ideas y exploraciones.
- b) aprehensión cognitiva: el aprendizaje es situado en relación con el mentor quien dirige a los alumnos para el desarrollo de ideas y habilidades que estimulan el rol de la práctica profesional, c) enseñanza: los alumnos aprenden en contextos formales e informales y e) producción: los alumnos desarrollan productos de uso real para ellos mismos u otros (Valdez, 2012, p. 8).

Se consideran válidos, al menos, dos formas de categorizar el aprendizaje que emergen, en un extremo, en las lecturas obligatorias en las unidades, así como en otros extremos, como en las actividades de flipped classroom y otras estrategias.

*Aprendizaje por recepción:* el alumno no tiene que hacer ningún descubrimiento independiente. Se le exige sólo que incorpore el material que se le presenta de modo que pueda recuperarlo o reproducirlo posteriormente.

*Aprendizaje por descubrimiento:* el contenido principal no se da, sino que debe ser descubierto por el alumno antes de que pueda incorporarlo a su estructura cognoscitiva. (Espiro, 2012, p. 26)

Otro aporte al proyecto se realiza desde el Socio culturalismo del desarrollo cognitivo de Vygotsky. Es de interés este enfoque pues se concibe el aprendizaje como “una interacción social, donde la potencialidad de apropiación cognitiva de un niño va a depender no sólo de lo que sabe hoy sino de lo que puede aprender con la ayuda del otro” (Espiro, 2012, p. 21). El trabajo colaborativo que será estimulado en el curso, se basa principalmente en este enfoque.

#### 4. Objetivos

A continuación se describen los objetivos generales y específicos.

##### General

Generar una propuesta de reestructuración del curso MAC 404 Recursos Informáticos bajo un enfoque virtual con el fin de atender las necesidades de conocimientos y habilidades perseguidas en el programa de estudio BLEM-2017.

##### Específicos

1. Diseñar una propuesta sobre las áreas temáticas (unidad) y saberes correspondientes al curso MAC404.
2. Estructurar una secuencia para el abordaje de las distintas áreas temáticas.
3. Formular un material correspondiente al curso virtual para su abordaje.
4. Crear un aula virtual donde se aborden y vinculen las distintas actividades.
5. Definir las estrategias e instrumentos de evaluación diagnóstica, formativa y sumativa.

#### 5. Resultados esperados

En la ejecución del proyecto se espera obtener.

- A. Una propuesta de curso virtual donde se definan las unidades, saberes e indicadores de logro asociados.
- B. Un material escrito completo para cada unidad.
- C. Un aula virtual en Moodle de la UNA donde se estructuren e integren las distintas actividades propuestas.
- D. Instrumentos de evaluación diagnóstica, formativa y evaluativa.

#### 6. Aspectos operativos

##### Administración

La Escuela de Matemática de la UNA cuenta con dos profesores que regularmente han ofrecido este curso. Este año el coordinador de esta cátedra es el académico Yuri Morales López. El curso será desarrollado en dos ambientes principales:

- a. Laboratorio de cómputo equipado con 30 computadoras, proyector, aire acondicionado, UPS, escritorios de laboratorio y de uso exclusivo de los estudiantes. Son asignadas 5 horas semanales para uso de cada grupo de estudiantes en coordinación con otros cursos para que no hallan coincidencias en horario.
- b. Aula Virtual Institucional (<https://www.aulavirtual.una.ac.cr/>). Es un espacio configurado bajo la plataforma Moodle cuya administración logística y técnica reside en la Vicerrectoría de Docencia de la UNA.
- c. Dada la disponibilidad de credenciales administrativas en Moodle, el diseño completo se realizará en (<http://cursos.reformamatematica.net:8080/bimodales>), para que posteriormente se guarde como una copia de seguridad y sea restaurada en el Aula Virtual de la UNA.

Mediante un módulo de integración entre el sistema de matrícula de la UNA y la base de datos de Moodle es posible la matrícula automatizada. En cursos donde existe un aula virtual para varios grupos se utiliza claves de auto matriculación.

### Aprendizaje y tecnologías

El curso será creado e implementado en la plataforma Moodle. De esta plataforma serán utilizados los siguientes elementos inherentes a la instalación básica y un plug-ing extra.

- dos foros generales: uno dirigido a consultas generales sobre el curso y otro exclusivamente para los estudiantes (café virtual donde pueden presentarse y compartir recursos);
- un foro la actividad de análisis sobre lecturas asignadas;
- un foro de avisos, administrado y alimentado exclusivamente por el docente;
- un foro para compartir los resultados de la actividad de construcciones geométricas entre grupos y poder dar retro alimentación;
- un libro de calificaciones que integre los resultados de las distintas actividades;
- el gestor de descarga de documentos para colgar pdf (texto), ggb (Geogebra), mp4 (videos);
- el gestor de tareas para que se cuelguen las actividades catalogadas en este rubro;
- el gestor de incrustación de videos (de Youtube), tanto para tutoriales como actividades vinculadas con *flipped classroom*.

- *Plugging Questionnaire* para la evaluación diagnóstica y formativa. Además, para crear los módulos de consulta para autoevaluación del aprendizaje.

Como ha sido detallado, una componente importante de esta propuesta se basa en actividades vinculadas a foros educativos asincrónicos. Según Delauro (2011, p. 17), “el foro es un espacio de aprendizaje, de construcción del aprendizaje[...]”, además, en el contexto del proyecto su objetivo “es el intercambio entre los alumnos, los que construyen colectivamente un cuerpo de texto que puede significar a la vez construcción colectiva del conocimiento” (Delauro, 2011, p. 4). Respecto a las actividades asincrónicas conceptualizadas en este proyecto, se aborda la problemática desde el trabajo de Gros, Silva y Barberà (2016) para comprender el fenómeno y la categorización propuesta por los autores.

En el caso de recursos externos al aula virtual, se utilizará el procesador de texto MS Word para crear los materiales y el editor gráfico GIMP para crear y retocar imágenes (curvas de nivel y otros). Para el contacto con el estudiante se podrá utilizar el correo institucional que por disposición de las autoridades es de carácter oficial.

Por otro lado, dado que en el curso se estudian propiedades que son mejor visualizadas con el uso de software se utilizará

- *Geogebra* para el caso de Geometría Euclidiana y Analítica, funciones reales en una variable.
- *LibreOfficeCalc* para hojas de cálculo,
- *Maxima* para graficación en varias variables y Álgebra.
- *Látex* como procesador de texto científico y creador de presentaciones.

## Tutoría

El profesor en este espacio debe propiciar el trabajo colaborativo de sus estudiantes y romper con conductas habituales como conocedor y transmisor de conocimientos.

Será necesario que el profesor sea orientador de los procesos que lleven a los estudiantes a cumplir con las actividades pretendidas; más allá, logre configurar procesos en donde se estimule la creación de soluciones a los problemas por parte de los estudiantes, que estas se discutan, que los estudiantes mismos tengan apertura para construir en equipo. El profesor pretendido en este curso debe aprovechar los recursos como foros y el email para dar seguimiento, tomando en cuenta que estos son recursos relevantes en el proceso que ha planificado mediante secuencias y tareas claramente ordenadas. No se espera un profesor

quien ofrezca sus respuestas a los problemas que han sido dirigidos a los estudiantes, sino que les permita crear propuestas para el abordaje de los mismos. Para una tarea como esta, será conveniente contar con un estudiante asistente y con horas de asistencia para los participantes (recurso que normalmente la carrera ofrece a los docentes). Deberá existir alta coordinación entre el profesor tutor y su asistente.

Como indica Prieto y Gutiérrez (2011, p. 4), este tipo de profesor al menos: a) posee una clara concepción del aprendizaje, b) establece relaciones empáticas con sus interlocutores, c) siente lo alternativo, d) constituye una fuerte instancia de personalización, e) domina el contenido, f) facilita la construcción de conocimiento; paralelo a todas las cualidades está la *comunicación*. Para más detalle se recomienda consultar a Gutiérrez y Prieto (2005).

## Materiales didácticos

Lista de materiales didácticos que serán producidos:

- a. Un módulo de Moodle para cada Unidad.
- b. Un material escrito para cada Unidad.
- c. Una sección de bienvenida que incluye un foro abierto para todos los estudiantes.
- d. Un foro de avisos.
- e. Una guía didáctica escrita (es el equivalente a un silabario o programa para el estudiante).
- f. Un módulo para otros recursos disponibles (guías, enlaces a software, libros, videotutoriales).
- g. Un módulo de enlaces externos.

## 7. Evaluación y seguimiento del Proyecto

Antes, durante y al finalizar el proyecto

Un elemento que es fundamental e imprescindible en esta carrera es el acompañamiento que se realiza por los coordinadores de los distintos entes y comisiones. Estos se encargan de velar por el cumplimiento de la gestión propuesta en las distintas etapas de cada semestre. Otro factor a favor que impulsa enormemente este proyecto es la Comisión de Diseño Curricular instaurada en la Escuela de Matemática, la cual es el enlace directo entre la carrera y la asamblea de académicos. Teniendo estos dos elementos en cuenta, es sencillo explicar que

cada actividad, programa, modificación o propuesta es valorada por esta comisión interna (en especial, lo referente al inicio, seguimiento y valoración del proyecto).

Como se configuró desde el inicio de este programa en 2017, antes de iniciar cualquier tipo de actividad vinculada a este proyecto (o de otro tipo), debe haber un análisis común de un representante del área de (imprescindible): a) matemática aplicada, b) estadística, c) educación matemática, d) los tres diseñadores del programa de estudio, e) dirección de la escuela de matemática (subdirector), f) coordinador de comisión de capacitación, g) coordinador de carrera, y h) un representante del área de la División de Educología. Cabe indicar que esta comisión solicita a los coordinadores de curso exponer ante todos los integrantes, los programas de estudios con los elementos específicos para cada semestre incluyendo las estrategias metodológicas, las actividades de evaluación, y la vinculación con la fundamentación y los referentes universales del currículo, además de la vinculación curricular vertical y horizontal con los otros cursos.

Aunque con esta cantidad de personas la formulación de consensos podría parecer complicada, realmente esta comisión es la que ha podido llevar a la práctica de forma sistemática y concreta, lo que se plasmó como un ideal en el plan de estudio (enfoques, metodologías, mecanismos de evaluación e incluso valoración del actual programa para próximas modificaciones). La Comisión realiza una sugerencia al Consejo de Unidad de la Escuela quien finalmente avala las modificaciones o cursos a impartir cada semestre (imprescindible).

**En el transcurso de la ejecución de este proyecto** y con el apoyo de la Comisión, se aplicarán instrumentos de valoración a los estudiantes sobre la calidad de la gestión de aula realizada y una autovaloración de los docentes que ofrezcan el curso (esto con cuestionarios en línea que posteriormente son analizados). Además, el coordinador de carrera regula los procesos administrativos ligados a cada curso (deseable).

**Posterior a cada cierre de semestre**, los coordinadores de cátedras deben exponer ante la Comisión Curricular un informe sobre los resultados obtenidos. Este informe se centra en los puntos mencionados anteriormente.

De esta manera, se tiene una perspectiva global de lo ocurrido y se valoran los resultados de los instrumentos de los estudiantes y la valoración del docente a cargo. En este caso el proyecto asumiría la responsabilidad de responder ulteriormente del proceso emprendido (imprescindible).

## Indicadores de evaluación de cada aspecto operativo

Tabla 3. Indicador de evaluación por aspecto operativo

Productos tangibles	Indicadores de evaluación
<b>Diseño de materiales escritos (material didáctico)</b>	Calidad y completitud del contenido. Gradualidad y secuenciación del aprendizaje. Integración del material con los contenidos del curso. Completitud de secciones (introducción, desarrollo de las unidades, cierre, bibliografía y otros recursos) Calidad de redacción y ortografía.
<b>Diseño del aula virtual (gestión y administración por parte del docente)</b>	Robustez de la plataforma seleccionada. Viabilidad de navegación y acceso a recursos (navegabilidad). Ordenamiento secuencial de las secciones Organización de elementos y recursos. Diseño audio gráfico del curso. Selección de recursos disponibles en la plataforma (foros, secciones para descargas de archivos, secciones, incrustación de video, entro otros). Posibilidad y calidad de comunicación entre participantes (profesor-alumno, alumno-alumno, profesor-profesor) Integración de los materiales con las secciones del curso virtual.
<b>Diseño de recursos.</b>	Calidad de las instrucciones. Claridad en la normas de comunicación. Calidad de las preguntas generadoras o actividades vinculadas. Relación con los objetivos del curso. Calidad y complejidad del seguimiento y retroalimentación.

### 8. Cronograma para ejecución del proyecto

A continuación se detalla el cronograma de proyecto por semanas.

Tabla 4. Cronograma del proyecto

Semana	Actividad
Semana 01	Presentación de proyecto.
Semana 02 a la semana 09	Preparación de materiales escritos
Semana 10 a la semana 16	Preparación de elementos en línea y sincronización con los materiales escritos. Presentación de defensa de proyecto final a las <u>autoridades de Aprende Virtual</u>
Semana 17 a la semana 20	Valoración de los materiales (expertos)
Semana 21 a la semana 22	Exposición ante la Comisión Curricular de la Escuela de Matemática.
Semana 23 a la semana 38	Ejecución del curso.
Semana 39 a la semana 43	Estudio de las valoraciones de los estudiantes y profesores. Modificaciones a realizar considerando los resultados.
Semana 44 a la semana 46	Preparación de informe a la Comisión Curricular y Dirección de la Escuela.
Semana 47 a la semana 48	Estudio e incorporación de observaciones de las autoridades.

## 9. Presupuesto

Por la contratación de un académico para este curso se devenga un tiempo de 10 horas semanales que corresponde a  $\frac{1}{4}$  de docencia. El salario base actual de un académico en categoría media con tiempo completo (llamada internamente profesor 2, sin contar anualidades y otros pluses salariales) es de 1 175 172.47 colones (\$2026 USD) por lo que por ese curso se invierte mensualmente \$506 USD con una duración aproximadamente semestral (sin incluir cargas sociales). El costo en docencia es de \$3029USD por los seis meses. A esto debe agregarse el costo por la administración de la plataforma, equipo computacional disponible, servidores de información, instalaciones y servicios básicos como electricidad e Internet con ancho de banda adecuado; a esto se debe sumar el diseño del curso. El estimado del costo total de este curso es de **\$14000USD**.

## 10. Bibliografía

- Comisión de Acreditación. (2009). *Informe de Autoevaluación de la carrera Bachillerato y Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática de la Universidad Nacional (Informe No. 01)*. Heredia, Costa Rica: Escuela de Matemática de la Universidad Nacional.
- Delauro, M. (2011). *La tutoría en ambientes virtuales de aprendizaje: Unidad 2, Los foros de intercambio y debate*. Instituto de Formación Docente Virtual Educa.
- Espiro, S. (2012). *El aprendizaje en entornos virtuales: Unidad 1, Aprendizaje*. Instituto de Formación Docente Virtual Educa.
- Gros, B. Silva, J. y Barberà, E. (2006). Metodologías para el análisis de espacios virtuales colaborativos. RED. *Revista de Educación a Distancia, número 16*. Disponible en <http://www.um.es/ead/red/16>
- Gutiérrez, F. y Prieto, D. (2005). *La mediación pedagógica, apuntes para la educación a distancia alternativa*. Buenos Aires, Editorial Crujía.
- Morales, Y. y Font, V. (2017a). Análisis de la reflexión presente en las crónicas de estudiantes en formación inicial en educación matemática durante su periodo de práctica profesional. *Revista ACTA SCIENTIAE*, 19(1), 122-137. Disponible en <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/2975/2280>
- Morales, Y. y Font, V. (2017b). Elementos de idoneidad didáctica que los futuros profesores de matemática muestran durante su práctica docente. *VIII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática – CIBEM* (en prensa).
- Morales-López, Y. (2017). Costa Rica: The Preparation of Mathematics Teachers. In A. Ruiz (Ed.), *Mathematics Teacher Preparation in Central America and the Caribbean: The Cases of Colombia, Costa Rica, the Dominican Republic and Venezuela* (pp. 39–56). Cham: Springer International Publishing. doi: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-44177-1\\_3](https://doi.org/10.1007/978-3-319-44177-1_3).
- PNUD (Programa de Naciones Unidas para el Desarrollo). (2009). *Manual de planificación, seguimiento y evaluación de los resultados de desarrollo*. PNUD, Nueva York. Disponible en [http://web.undp.org/evaluation/handbook/spanish/documents/manual\\_completo.pdf](http://web.undp.org/evaluation/handbook/spanish/documents/manual_completo.pdf)
- Potari, D., & Da Ponte, J. P. (2017). Current Research on Prospective Secondary Mathematics Teachers' Knowledge. En *The Mathematics Education of Prospective Secondary Teachers Around the World* (pp. 3–15). Cham: Springer International Publishing. doi: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-38965-3\\_2](https://doi.org/10.1007/978-3-319-38965-3_2)
- Prieto, D. y Gutiérrez, F. (2011). *La tutoría en ambientes virtuales de aprendizaje: Unidad 1-b, El asesor pedagógico*. Instituto de Formación Docente Virtual Educa.
- Programa Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible. (2013). *Cuarto Informe Estado de la Educación* (4ta ed.). San José, Costa Rica: Editorama.
- Ruiz, A. y Barrantes, H. (2016). Desafíos para la formación inicial de docentes ante los programas oficiales de matemáticas en Costa Rica. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. 11(14). 9-81. Recuperado de <http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/23239>.

- Ruiz, A., Barrantes, H. y Gamboa, R. (2009). *Encrucijada en la enseñanza de la matemática: La formación de educadores*. Cartago, Costa Rica: Editorial Tecnológica de Costa Rica.
- Universidad Nacional (2007). *Modelo Pedagógico*. Descargado de [http://www.documentos.una.ac.cr/bitstream/handle/unadocs/1763/modelo\\_pedagogico\\_UNA.141.pdf?sequence=3&isAllowed=y](http://www.documentos.una.ac.cr/bitstream/handle/unadocs/1763/modelo_pedagogico_UNA.141.pdf?sequence=3&isAllowed=y)
- Universidad Nacional (2009). *Políticas para la incorporación de las tecnologías de información y la comunicación en los procesos académicos de la Universidad Nacional*. Descargado de <http://www.documentos.una.ac.cr/bitstream/handle/unadocs/6094/Pol%C3%ADticas%20y%20lineamientos%20para%20la%20incorporaci%C3%B3n%20de%20TIC%20en%20los%20procesos%20acad%C3%A9micos%20de%20la%20UNA.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Valdez, F. (2012). Teorías educativas y su relación con las tecnologías de la información y de la comunicación (TIC). En XVII Congreso Internacional de Contaduría, Administración e Informática. México D.F. Disponible en <http://congreso.investiga.fca.unam.mx/docs/xvii/docs/L13.pdf>
- Zapata-Ros, M. (2012). *Teorías y modelos sobre el aprendizaje en entornos conectados y ubicuos. Bases para un nuevo modelo teórico a partir de una visión crítica del "conectivismo"*. <http://eprints.rclis.org/17463>

# **DESARROLLO DEL PROYECTO**

## 1. Nombre del curso virtual

Recursos Informáticos MAC-404

## 2. Selección y justificación de las herramientas tecnológicas

La herramienta que se ha seleccionado para la gestión del curso Recursos *Informáticos MAC-404* es Moodle. Existen varias razones administrativas, tecnológicas y, principalmente, pedagógicas por lo que se justifica esta selección. En los siguientes párrafos se exponen brevemente los aspectos administrativos y tecnológicos, dando mayor espacio a los argumentos vinculados al referente pedagógico.

En primer lugar y relativo a las circunstancias administrativas, por disposición de la Vicerrectoría de Docencia de la Universidad Nacional (UNA), mediante los oficios VA-1758-2012 y VA-DD-04-2014, la plataforma institucional para cursos de la UNA es la denominada Aula Virtual Institucional, basada en una instalación de Moodle. El uso de esta plataforma es de carácter oficial.

En el aspecto tecnológico, el sistema de administración de aprendizaje Moodle (*Modular Object-Oriented Dynamic Learning Environment*) está instalado en los servidores de la Universidad y se utiliza actualmente la versión 3.3. Moodle conserva una larga historia de desarrollo y actualizaciones desde su inicio oficial en 2001, y abarca diversos módulos integrados que ofrecen ventajas para el desarrollo del curso que se concibe.

Esta plataforma contabiliza en sus distintas instalaciones registradas varios millones de usuarios y su desarrollo se orienta hacia la creación de un espacio que permite distintos tipos de actividades y tareas: trabajo individual, colaborativo, cooperativo, entre otros; además, posee herramientas fundamentales como foros, wikis, mensajería, que permiten todos los tipos de trabajo mencionados.

Moodle es una herramienta gratuita lo cual es uno de los tantos elementos por los cuales la UNA y muchas entidades educativas lo utilizan como su plataforma institucional. Además, este es de código abierto por lo que tanto la universidad como otras instituciones se ven beneficiadas del trabajo de personas que pertenecen a la comunidad Moodle y ofrecen actualizaciones y soluciones nuevas (como plugings).

Respecto a la accesibilidad, se ofrece una serie de herramientas que permiten configurar distintos elementos para atención de visión reducida, incorporación de audio, entre otros. Junto a esto, otra ventaja es que permite la selección de distintos idiomas y, en especial, el idioma Español Latinoamericano con una excelente traducción. En el caso de la UNA, como en Costa Rica, este es el idioma oficial.

En lo que respecta a tipos de actividades, Moodle permite habilitar módulos como: Tareas, Libros, Chats, Consultas, Bases de datos, Encuesta predefinida, Carpetas, Foros, Glosarios, Paquetes IMS, Etiquetas, Lección, Páginas, Cuestionarios, Recursos, paquetes SCORM, URL, Wiki y Taller. Todos los anteriores son extensiones incluidas en la instalación básica. Además, cuenta al menos 25 bloques que ayudan a gestionar elementos como la identificación, la navegación, calendarios, vistas generales de los cursos entre otros; también resulta sumamente sencillo la creación de copias de seguridad, restaurar y compartir cursos.

Asimismo, una de las características técnicas más importantes para este proyecto es la capacidad de integrar módulos externos (plugging) que son básicamente aplicaciones de complementos que incluyen funciones nuevas y específicas.

Normalmente son recursos de desarrolladores externos que han pasado por pruebas para asegurar que su incorporación no interfiera en la plataforma o en el desarrollo de los cursos. Esto es significativo para esta propuesta pues, los plugings que puedan ser instalados, son valorados por el administrador del Aula Virtual para conocer su estabilidad.

En el caso de este curso virtual a desarrollar, es de especial atención todo un grupo de plugings que están orientados a los temas del curso: Geometría, Sistemas computacionales algebraicos y procesadores de texto científico. A modo de ejemplo, es valioso mencionar plugings como: *Geogebra*, *Geogebra submissions*, *Geogebra Materials*, *TinyMCE LaTeX Plugin*, *LaTeX2e notation*, *QuestionTeX format*, *STACK*, *STACK response analysis*, *Mathslate for TinyMCE*, *MathType for TinyMCE by WIRIS*, *Algebra*, *Spreadsheet*, *Matrix editor*, entre otros, que tienen alto potencial y pueden abrir un abanico nuevo de actividades vinculadas al curso.

En una tercera arista, respecto a los argumentos pedagógicos, Moodle ofrece la oportunidad de configuración a un nivel en el que se pueda programar y sincronizar actividades de distinta índole. Como fue justificado en el proyecto, es de interés poder moverse en un espectro amplio de posibles tareas.

Precisamente, la viabilidad de llevar a la práctica actividades vinculadas a la construcción significativa de conocimiento es primordial y su valor se incrementa al poder dar seguimiento real a actividades individuales y grupales.

Rastrear el grado de avance de un estudiante es indispensable, no solo como un mecanismo de evaluación, sino que con una batería de herramientas como las encontradas en Moodle, se puede reorientar las tareas que las personas realizan, dependiendo sus rutas de aprendizaje, en un entorno interactivo.

Un elemento fundamental que Moodle proporciona es la capacidad de configurar tareas que promuevan la mezcla de distintos tipos de recursos (aunque normalmente inherentes a Moodle). **El hecho de lograr integrar lecturas finamente confeccionadas con foros robustamente planificados y cuestionarios, permite y estimula diversidad de procesos cognitivos que es esencial en el objetivo directo del trabajo en entornos virtuales de aprendizaje como el que se ha propuesto en este proyecto.**

Como se mencionó, se programa un espacio virtual donde los estudiantes tengan la oportunidad de compartir sus propias ideas y la capacidad de argumentarlas en el marco de grupos o subgrupos; esto es necesario en el entorno de un aprendizaje significativo. Claro está que, en el contexto de un curso de la naturaleza que se ha sugerido, el ambiente deberá permitir la posibilidad de estimular del mismo modo el autoaprendizaje. Esto es, una ponderación entre las circunstancias de aprendizaje individualizadas y un aprendizaje concebido desde la construcción social.

Finalmente, la utilización de Moodle se justifica y descansa en los pilares de una construcción del ambiente pedagógico pertinente (esto es, una planificación adecuada del proceso de aprendizaje) para ser llevado a la práctica en un entorno virtual donde el empleo de herramientas trascienden su utilización misma. Estos instrumentales se sintonizan en búsqueda de habilidades y competencias asociadas al análisis y comprensión de lecturas con contenido matemático (histórico y aplicado), construcción de conocimiento significativo sobre geometría, funciones y álgebra en recursos como foros y actividades como la *clase invertida*, que a la postre, pueden promover distintos tipos de aprendizaje.

Por otro lado, respecto a la fundamentación de la estructura del aula de curso, serán utilizados los recursos descritos a continuación:

- Páginas: Existirán dos tipos de páginas. Por un lado, estas servirán para iniciar las sesiones de trabajo, explicando el contexto de cada clase, un resumen de las

actividades y las tareas (una página para orientación de la semana). Por otro lado, existirán las páginas para incrustación de recursos las cuales interesarán como soporte para incluir videos YouTube y otros recursos como audio, o actividades de plugings externos, de tal manera que el sitio mantenga una estructura adecuada respecto a su estilo.

- Encuestas (Plugging Questionnaire): Este recurso permitirá una enorme cantidad y variedad de preguntas en forma ordenada y con múltiples opciones de configuración. Este plugging no es para evaluación de los estudiantes, sino que, será manipulado para encuestas o instrumentos similares.
- Foros: Serán empleados al menos cuatro tipos de foros. El primero está vinculado a la presentación de las personas que integran el grupo de estudiantes (Nombre, lugar donde viven, expectativas del curso). El segundo se vincula al intercambio de opiniones generales, dudas y consultas entre estudiantes, de tal modo que se traten ahí los temas que transcurren durante todo el curso. El tercer tipo de foro será el respectivo a los trabajos de análisis de lecturas e intervenciones de tareas específicas. El cuarto será de avisos (equivalente a noticias) el cual servirá de medio para comunicar información relevante como inicio de sesiones, tareas y otros. Este foro es completamente administrado por el docente tutor y será de suscripción forzosa.
- Tareas: será utilizado el recurso de tareas para poder colgar los distintos archivos que sean solicitados en las asignaciones del curso y, paralelamente, administrar su entrega a tiempo y en forma, y ofrecer retro alimentación a los distintos aportes de los estudiantes ya sea de manera individual o grupal según sea requerido. Es importante señalar que se basa en trabajos que normalmente realizarán fuera de la plataforma y, luego, compondrán archivos para ofrecer evidencia del trabajo como reportes de lectura, prácticas y otros.
- Cuestionarios que servirán primordialmente para prácticas y pruebas online, donde se utilizarán distintos tipos de ítems, configuraciones y recursos como texto, imágenes, entre otros.

### 3. Planificación de las clases

1. Núcleos o conceptos principales del módulo.
  - a. Geometría, Geometría Dinámica y procesadores geométricos.
  - b. Construcciones en Geometría euclidiana.
  - c. Diseño básico de secuencias con recursos.

#### 2. Clase 1:

- a. Título

Introducción a la Geometría Dinámica y los procesadores geométricos.

- b. Objetivo de la clase:

Identificar los principales conceptos relacionados con la Geometría Dinámica y su relación con los procesadores geométricos.

- c. Lista de contenidos de la clase

1. Historia de la Geometría alrededor de los libros de Euclides
2. Geometría Dinámica.

- d. Bibliografía para esta clase.

Echeverri, H. (2006). El quinto postulado de Euclides. *Revista hipótesis*, 8(1), Disponible en [http://hipotesis.uniandes.edu.co/hipotesis/ediciones/08/download/Edicion\\_08.pdf](http://hipotesis.uniandes.edu.co/hipotesis/ediciones/08/download/Edicion_08.pdf)

Miranda, Rafael (2005, agosto 9). *Comparación de procesadores geométricos*. Geometría Dinámica. Recuperado el, 28 de abril de 2018, en <http://www.geometriadinamica.cl/2005/08/comparacion-de-procesadores-geometricos/>

Miranda, Rafael (2012, agosto 10). *Mecanismos en un procesador geométrico*. *Geometría Dinámica*. Recuperado el, 28 de abril de 2018, en <http://www.geometriadinamica.cl/2012/08/mecanismos-en-un-procesador-geometrico/>

Morales-López, Y. (2018). *Construcciones geométricas y diseño básico de secuencias*. Unidad 1, Fase 4. Manuscrito no publicado, Aprende Virtual – Universidad Técnica Nacional. Alajuela. **[link será colocado cuando esté en el aula virtual]**

Trigo, V. (2001). El quinto postulado de Euclides... y la Geometría del universo. *ACTA*, Manual Formativo 019. Disponible en <http://www.acta.es/medios/articulos/matematicas/019035.pdf>

- e. Recursos multimedia que se utilizará

**Video:** Los postulados de Euclides. Descripción: Se presenta una breve introducción a los postulados de Euclides en el Libro de Euclides y el quinto postulado. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=EPV-7cj8Ej8>

**Video:** Nacimiento de la Geometría. Descripción: Nacimiento y evolución de la Geometría. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=iU9b6yWhBD8>

**Imagen:** Yuri\_Morales-Lopez.jpg. Descripción: Imagen del profesor para todos los inicio de clases. URL: [https://i1.rgstatic.net/ii/profile.image/280230422958087-1443823547765\\_Q512/Yuri\\_Morales-Lopez.jpg](https://i1.rgstatic.net/ii/profile.image/280230422958087-1443823547765_Q512/Yuri_Morales-Lopez.jpg)

**Iconos:** Iconos internos de la plantilla Moodle. Descripción: Iconos para tipos de archivos y actividades. URL (Aula Virtual Moodle): <http://www.aulavirtualid.una.ac.cr/login/index.php>

f. Actividades

i. Creación de línea de tiempo: actividad individual.

1. **Objetivo de la actividad:** El objetivo de esta actividad es sistematizar los elementos históricos trascendentales en el desarrollo de la historia de la Geometría Euclídea.
2. **Consigna:**  
**Consigna:** realizar una línea de tiempo en Timeline JS que determine los 10 eventos más relevantes en la historia alrededor de los elementos de Euclides, incluyendo en la misma imágenes representativas
3. **Evaluación:** El trabajo tiene un valor porcentual de 5% del curso y será evaluada:
  - i. la calidad de la selección de los eventos trascendentales (2%).
  - ii. La calidad del detalle expuesto sobre el evento (2%).
  - iii. La pertinencia de la imagen seleccionada (1%)
  - iv. La puntualidad. Este elemento es transversal a toda actividad. Si no se envía en el periodo establecido, será calificado con cero (idéntico para las otras actividades).
4. **Plazo** para la creación de la línea de tiempo: 8 días.

ii. Foro: línea de tiempo de la historia de la Geometría Euclídea (actividad individual)

1. **Objetivo de la actividad:** El objetivo de este foro es compartir la línea de tiempo creada en la actividad denominada *Creación de línea de tiempo*.
2. **Consigna:**
  - a. Incruste su línea de tiempo para compartir con sus colegas.
  - b. Comente los resultados de sus demás compañeros.
3. **Evaluación:** Es obligatorio la incrustación de la línea de tiempo; si no se realiza, obtendrá un cero en la actividad: Creación de línea de tiempo.
4. **Plazo** para incrustar su actividad y comentar la de otros colegas: 8 días.

iii. Foro: Software de Geometría Dinámica: concepto y características.

1. **Objetivo de la actividad:** El objetivo de este foro es compartir los distintos puntos de vista respecto al concepto, características y funcionalidades de los software de Geometría Dinámica.
2. **Consigna:**
  - a. Lea, cuidadosamente el contenido de las páginas web: *Mecanismos en un procesador geométrico*, *Geometría Dinámica*, y *Comparación de procesadores geométricos*.
  - b. Realice dos participaciones en el foro donde señale y ejemplifique, detalladamente dos funcionalidades del tipo de software.
  - c. En estas dos participaciones ponga en evidencia las características de estos ejemplos que ha expuesto.
  - d. Realice una participación más donde exponga una comparación entre uno de sus ejemplos y un ejemplo de otro colega.
  - e. Se sugiere no dejar para el final del periodo sus participaciones. Sea proactivo y trate de generar diálogo alrededor de las participaciones de sus colegas.
3. **Evaluación:** El trabajo tiene un valor porcentual de 10% del curso y será evaluada:
  - i. la calidad de la selección de los ejemplos de las funcionalidades (6%).
  - ii. La calidad de la comparación de funcionalidades con el aporte de otro colega (4%).

4. **Plazo** 15 días.

### 3. **Clase 2**

a. Título

Construcciones en Geometría Euclídea

b. Objetivo de la clase:

Realizar construcciones clásicas sobre las Geometría Euclídea con el fin de comparar las construcciones tipo regla y compas de los Libros de Euclides con los esquemas que son realizados en la actualidad para la enseñanza de la Geometría.

c. Lista de contenidos de la clase

1. Construcciones en los libros de Euclides
2. Construcciones clásicas con regla y compás
3. Trazos y esquemas con procesadores geométricos

d. Bibliografía para esta clase.

Díaz, P. (2000). *Las construcciones con regla y compas en la enseñanza de la Geometría*.

Didáctica de la Geometría. Universidad Nacional Abierta. pp. 30-35 Disponible en

<http://biblo.una.edu.ve/docu.7/bases/marc/texto/m2451b.pdf#page=30>

González-López, M. (2000). *La gestión de la clase de Geometría utilizando sistemas de Geometría*

*Dinámica*. Didáctica de la Geometría. Universidad Nacional Abierta. pp. 233-244 Disponible en

<http://biblo.una.edu.ve/docu.7/bases/marc/texto/m2451b.pdf#page=30>

Morales-López, Y. (2018). *Construcciones geométricas y diseño básico de secuencias*. Unidad 1,

Fase 4. Manuscrito no publicado, Aprende Virtual – Universidad Técnica Nacional. Alajuela. **[link será colocado cuando esté en el aula virtual]**

e. Recursos multimedia que se utilizará

**Video:** construcción y esquema. Descripción: Se presenta una construcción euclidiana de dos segmentos y una construcción con regla graduada. URL **PENDIENTE DE CREACIÓN (ORIGINAL)**

**Video:** Copiar un SEGMENTO con regla y compás. Se describe la forma en que se puede copiar un segmento de igual tamaño a otro. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=LHw0ifvMGq0>

**Software:** GeoGebra. Es un software libre de Geometría Dinámica muy potente y con muchas opciones de construcción. URL: <https://www.geogebra.org>

**Imagen:** Yuri\_Morales-Lopez.jpg. Descripción: Imagen del profesor para todos los inicio de clases.

URL: [https://i1.rgstatic.net/ii/profile.image/280230422958087-1443823547765\\_Q512/Yuri\\_Morales-Lopez.jpg](https://i1.rgstatic.net/ii/profile.image/280230422958087-1443823547765_Q512/Yuri_Morales-Lopez.jpg)

**Íconos:** Íconos internos de la plantilla Moodle. Descripción: Íconos para tipos de archivos y actividades. URL(Aula Virtual Moodle): <http://www.aulavirtualid.una.ac.cr/login/index.php>

f. Actividades

- i. Diseño de construcciones y esquemas con software de Geometría Dinámica: actividad individual.

1. **Objetivo de la actividad:** El objetivo de esta actividad es elaborar construcciones y esquemas con SGD.
  - a. **Consigna:** Observe cuidadosamente los videos propuestos y realice las construcciones de la página 1 a la 6, que están detalladas, paso por paso, en el documento llamado: Construcciones\_geométricas\_con\_regla\_y\_compás.pdf. Además, debe construir los 10 ejercicios de la página siete.
2. **Evaluación:** El trabajo tiene un valor porcentual de 20% del curso y será evaluada:
  - i. El diseño correcto de cada construcción (2% cada una).
3. **Plazo** para la creación de la línea de tiempo: 8 días.

#### 4. Clase 3

- a. Título

Diseño básico de secuencias con recursos

- b. Objetivo de la clase:

Crear secuencias básicas para la enseñanza de tópicos de Matemática para secundaria, aplicando los conceptos de Geometría Dinámica, construcciones, esquemas y GeoGebra desarrollados en la clase 1 y 2.

- c. Lista de contenidos de la clase

1. Tecnología en la educación matemática
2. Clases tipo taller: Diseño de talleres o actividades con recursos tecnológicos

- a. Bibliografía para esta clase.

Badilla, J., Chaves, L., Herrera, D., Morales, Y., Poveda, R., Román, J. y Sánchez, A. (2004). Propuesta didáctica para la enseñanza y aprendizaje de álgebra y funciones: clases tipo taller. (Tesis de Licenciatura). Universidad Nacional, Costa Rica. [Extracto pp. 223-226]. Disponible en **[ESTARÁ DISPONIBLE EN EL AULA VIRTUAL]**

Brenes, M. y Gutiérrez, M. (2010). Integrando la computadora en la Enseñanza de la Matemática: Enseñanza de la Geometría en undécimo año de la educación media con aplicaciones del programa "GeoGebra" . (Tesis de Licenciatura). Universidad Nacional, Costa Rica. [Extracto pp. 296-301]. Disponible en **[ESTARÁ DISPONIBLE EN EL AULA VIRTUAL]**

Gamboa, R. (2007). Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática* 2(3), 11- 44.  
<https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/download/6890/6576>

Morales-López, Y. (2018). *Construcciones geométricas y diseño básico de secuencias*. Unidad 1, Fase 4. Manuscrito no publicado, Aprende Virtual – Universidad Técnica Nacional. Alajuela. **[link será colocado cuando esté en el aula virtual]**

Poveda, R., y Gamboa, R. (2006). Consideraciones, características, limitaciones y clasificación de una clase basada en talleres. I Encuentro de Enseñanza de la Matemática, UNED. Disponible en <https://www.uned.ac.cr/ecen/matematica/encuentros/2006/Ponencias/proceso-ensenanza/Consideraciones%20y%20clasificaci%C3%B3n-%20Ricardo%20Poveda,%20Ronny%20Gamboa.pdf>

- b. Recursos multimedia que se utilizará

**Video:** Características de una clase taller. Descripción: El video resume el concepto de clase tipo taller. URL <https://www.youtube.com/watch?v=PwHGlyZghbA>

**Imagen:** Yuri\_Morales-Lopez.jpg. Descripción: Imagen del profesor para todos los inicio de clases.  
URL: [https://i1.rgstatic.net/ii/profile.image/280230422958087-1443823547765\\_Q512/Yuri\\_Morales-Lopez.jpg](https://i1.rgstatic.net/ii/profile.image/280230422958087-1443823547765_Q512/Yuri_Morales-Lopez.jpg)

**Íconos:** Íconos internos de la plantilla Moodle. Descripción: Iconos para tipos de archivos y actividades. URL(Aula Virtual Moodle): <http://www.aulavirtualid.una.ac.cr/login/index.php>

c. Actividades

- i. Diseño de un taller o secuencia para el abordaje de un concepto geométrico.  
Actividad grupal, estilo cooperativo en una wiki.

4. **Objetivo de la actividad:** Diseñar una clase o secuencia de tareas basado en los ejemplos expuestos en la literatura, donde se empleen los conocimientos previos y el conocimiento en el programa de Estudios.
5. **Consigna:** Utilizando la wiki designada por el profesor, diseñen una clase tipo taller para algún concepto geométrico del plan de estudios de Matemáticas vigente en Costa Rica.
6. **Evaluación:** El trabajo tiene un valor porcentual de 15% del curso y serán evaluados:
  - i. Los elementos básicos en la redacción de una secuencia o clase tipo taller (2%).
  - ii. La calidad de la secuencia o clase tipo taller presentada (4%)
  - iii. Coherencia de la propuesta con los ejemplos 1 y 2, y con la lectura *Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas* (2%).
  - iv. El uso de los recursos como construcciones, esquemas, entre otros, en los que se explote elementos que ofrecen los SGD, en especial, GeoGebra (4%)
  - v. Co evaluación (3%).
7. **Plazo** 15 días.

## 4. Redacción de las clases



### Clase 1

Introducción a la Geometría Dinámica y los procesadores geométricos.

Hola queridos estudiantes.

Hoy iniciamos uno de los estudios más interesantes y motivadores en torno a la educación matemática, y en especial, a la educación de la Geometría para secundaria.

Como futuros profesores tenemos muchas tareas en las manos y, entre tantas, tenemos la enorme necesidad de llegar a nuestros estudiantes con recursos cada vez más cercanos a su realidad y a sus futuras necesidades. Este es el caso de las tecnologías.

Es lamentable que el uso de los recursos tecnológicos en la educación de la Geometría se centre en aplicaciones de dibujo y esquemas que, en muchas ocasiones, solo se justifican con el aprendizaje del software por sí mismo, y no por la utilidad profesional que debe darse a este tipo de recurso. Muchas veces los profesores no saben que es construir o hacer un esquema con apoyo de software.

Parfraseando a Mario Rodríguez (2009), debemos concentrarnos para aprender de los errores ya cometidos y evitar convertir la clase de matemáticas en una clase de uso de software.

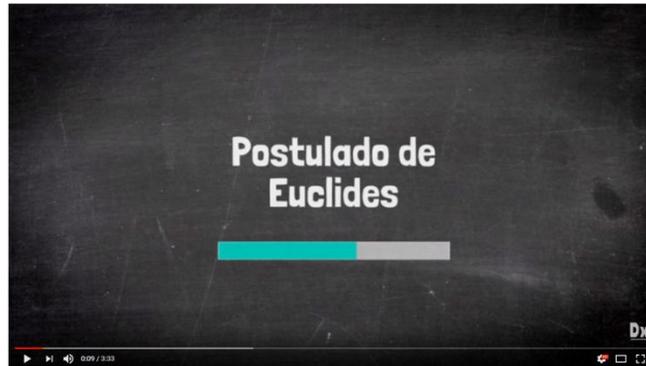
Hoy iniciamos una aventura por un mundo con varios escenarios. Este mundo en el que nos encontraremos es el del uso inteligente de recursos tecnológicos para la educación de la Geometría, y tendremos tres aliados: la Geometría clásica, la historia y la tecnología.

Aunque ya el estudiante en este punto ha estudiado los fundamentos de la Geometría Euclídea como ente disciplinar, nos proponemos a entender un poco más sobre el cómo y el para qué de la educación en Geometría en nuestros colegios.

Nuestra primera parada en este viaje se entrama en una máxima que tiene la formación de docentes: para poder integrar recursos adecuadamente, es fundamental conocer con qué lo estamos integrando. Es decir, ¿Qué es la Geometría clásica?, ¿Cómo nace?, ¿Por qué fue y es útil?, ¿Y qué tipos de Geometría?, ¿Qué es la Geometría dinámica?, ¿Qué es un procesador geométrico?, entre otras preguntas. Si comprendemos esto, será mucho más sencillo integrar recursos de forma adecuada, desde la primera instancia.

Es necesario, primero que nada, tener una perspectiva amplia de lo que tenemos en las manos. Vamos a observar detalladamente el siguiente video que nos ofrece una introducción a los

postulados de Euclides en el Libro de Euclides y el quinto postulado.



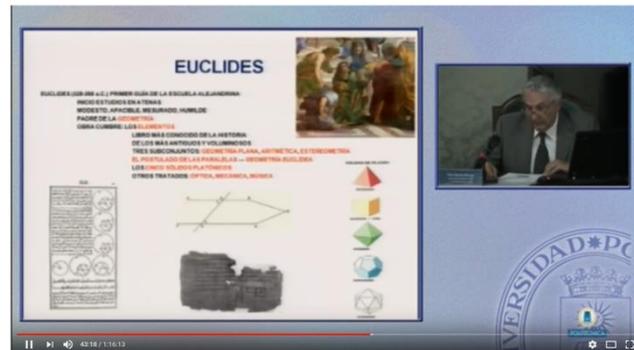
Los postulados de Euclides

Fuente: <https://www.youtube.com/watch?v=EPV-7cj8Ej8>

Aunque el video es corto, nos ofrece un buen panorama.

El siguiente video realmente compone mejor el tejido alrededor de lo que estamos estudiando. Observemos el siguiente video con unos lentes especiales: trataremos de descifrar los fragmentos más importantes del nacimiento y evolución de la Geometría.

**IMPORTANTE:** Aunque el video es un tanto largo, debe esforzarse desde ya, para observar y detallar los puntos fundamentales de la historia desarrollada y las fechas indicadas en la charla.



Nacimiento de la Geometría

Fuente: <https://www.youtube.com/watch?v=iU9b6yWhBD8>

## Actividades

Para poder dar sentido a todos los elementos desarrollados en esta clase, vamos primero a leer cuidadosamente la **UNIDAD 1 (contenidos de geometría y procesadores de texto)** y vamos a plantearnos dos actividades:

### Línea del tiempo

Realizar individualmente una línea de tiempo en Timeline JS que determine los 10 eventos más relevantes en la historia alrededor de los elementos de Euclides, incluyendo en la misma, imágenes representativas (fotos, dibujos, entre otros), con el objetivo de sistematizar los elementos históricos transcendentales en el desarrollo de la historia de la Geometría Euclídea.

Consigna:

- a. Observe cuidadosamente el video denominado *los postulados de Euclides*. Este video corto ofrece una perspectiva panorámica del tema que estamos abordando.
- b. Observe cuidadosamente el video denominado *Nacimiento de la Geometría*. Este video, aunque extenso, nos permite tener una visión más detallada de esta temática.
- c. Partiendo del video del punto b., determine los 10 eventos más relevantes en la historia alrededor de los Elementos de Euclides y su fecha aproximada.
- d. Busque una fotografía digital o imagen que represente cada uno de los eventos descritos en el punto anterior.
- e. Construya una línea de tiempo con la herramienta Timeline JS.
- f. Ingrese al **Foro 1** llamado: ***línea de tiempo de la historia de la Geometría Euclídea*** e incruste su línea de tiempo para compartir con sus colegas.

**Evaluación:** El trabajo tiene un valor porcentual de 5% del curso y será evaluada:

- v. la calidad de la selección de los eventos trascendentales (2%).
- vi. La calidad del detalle expuesto sobre el evento (2%).
- vii. La pertinencia de la imagen seleccionada (1%)
- viii. La puntualidad. Este elemento es transversal a toda actividad. Si no se envía en el periodo establecido, será calificado con cero (idéntico para las otras actividades).

**Plazo** para la creación de la línea de tiempo: 8 días.

### **FORO 1: *línea de tiempo de la historia de la Geometría Euclídea***

El objetivo de este foro es compartir la línea de tiempo creada en la actividad denominada *Creación de línea de tiempo*.

5. Incruste su línea de tiempo para compartir con sus colegas.
6. Comente los resultados de sus demás compañeros.
7. **Evaluación:** Es obligatorio la incrustación de la línea de tiempo; si no se realiza, obtendrá un cero en la actividad: Creación de línea de tiempo.

### **FORO 2: *Software de Geometría dinámica: concepto y características.***

El objetivo de este foro es compartir los distintos puntos de vista respecto al concepto, características y funcionalidades de los softwares de Geometría Dinámica.

5. **Consigna:**

- a. Lea, cuidadosamente el contenido de las páginas web: [\*Mecanismos en un procesador geométrico. Geometría dinámica y comparación de procesadores geométricos.\*](#)
  - b. Cada participante del curso debe hacer dos participaciones en el foro donde señale y ejemplifique, detalladamente dos funcionalidades del tipo de software.
  - c. En estas dos participaciones ponga en evidencia las características de estos ejemplos que ha expuesto.
  - d. Realice una participación más donde exponga una comparación entre uno de sus ejemplos y un ejemplo de otro colega.
  - e. Se sugiere no dejar para el final del periodo sus participaciones. Sea proactivo y trate de generar diálogo alrededor de las participaciones de sus colegas.
6. **Evaluación:** El trabajo tiene un valor porcentual de 10% del curso y será evaluada:
- iii. la calidad de la selección de los ejemplos de las funcionalidades (6%).
  - iv. La calidad de la comparación de funcionalidades con el aporte de otro colega (4%).

**Plazo 15 días.**

### **ACTIVIDAD OPCIONAL:**

Aunque en el curso no son estudiados los elementos vinculados al quinto postulado de Euclides, se sugiere al estudiante que haga la lectura de los siguientes documentos para comprender con mayor detalle el desarrollo de las Geometrías no Euclídeas, que son, fundamentales en muchos campos profesionales actuales.

Echeverri, H. (2006). El quinto postulado de Euclides. *Revista hipótesis*, 8(1), Disponible en [http://hipotesis.uniandes.edu.co/hipotesis/ediciones/08/download/Edicion\\_08.pdf](http://hipotesis.uniandes.edu.co/hipotesis/ediciones/08/download/Edicion_08.pdf)

### **Bibliografía**

Echeverri, H. (2006). El quinto postulado de Euclides. *Revista hipótesis*, 8(1), Disponible en [http://hipotesis.uniandes.edu.co/hipotesis/ediciones/08/download/Edicion\\_08.pdf](http://hipotesis.uniandes.edu.co/hipotesis/ediciones/08/download/Edicion_08.pdf)

Miranda, Rafael (2005, agosto 9). *Comparación de procesadores geométricos*. Geometría Dinámica. Recuperado el, 28 de abril de 2018, en <http://www.geometriadinamica.cl/2005/08/comparacion-de-procesadores-geometricos/>

Miranda, Rafael (2012, agosto 10). *Mecanismos en un procesador geométrico*. Geometría Dinámica. Recuperado el, 28 de abril de 2018, en <http://www.geometriadinamica.cl/2012/08/mecanismos-en-un-procesador-geometrico/>

Morales-López, Y. (2018). *Construcciones geométricas y diseño básico de secuencias*. Unidad 1, Fase 4. Manuscrito no publicado, Aprende Virtual – Universidad Técnica Nacional. Alajuela. **[link será colocado cuando esté en el aula virtual]**

Rodríguez, M. (2009). *Maxima, un sistema libre de cálculo simbólico y numérico*. *Revista Suma*, 60(1), 7-20

**Saludos, Yuri.**



## Clase 2

### Construcciones en Geometría Euclídea

Hola queridos estudiantes.

Continuaremos nuestro recorrido y nos centraremos en el estudio de las construcciones geométricas en el Geometría Euclídea para poder concebir los conceptos de construcciones clásicas y los trazos o esquemas.

Nos ocupa el concepto de **construcción**, pues en la Geometría de Euclides, como un producto de la axiomática no es tan directo poder entender cómo integrar construcciones a un sistema deductivo.

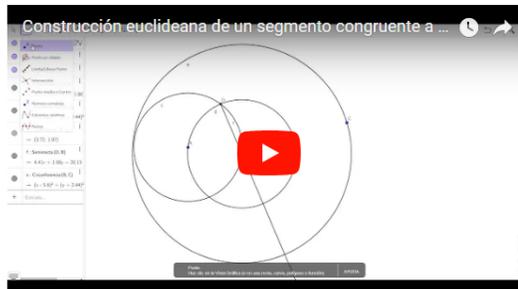
¿Cómo distinguimos entre una construcción y un esquema o trazo? Básicamente, **La construcción** debe ser producto de los instrumentos ideales de Euclides, preservando los invariantes y sin el concepto de precisión de por medio.

Para concretar la diferencia entre una y otra, **observemos cuidadosamente el siguiente video referente al diseño de un esquema o trazo.**



*Copiar un SEGMENTO con regla y compás*  
<https://www.youtube.com/watch?v=LHw0ifvMGq0>

Ahora, observemos la **construcción geométrica clásica** que resuelve este mismo problema. Para esto se utilizó el software libre GeoGebra. Se insta al estudiante en que [descargue este software](#) para iOS, Android, Windows, Mac, Chromebook o Linux, o utilice [la versión en línea](#).



Construcción euclídeana de un segmento congruente a otro externo  
<https://www.youtube.com/watch?v=JxJ3d6XObh0>

Aunque es claro que no estamos en un curso sobre didáctica de la Geometría, es importante hacer el siguiente ejercicio para expandir nuestro campo de acción.

*Responda personalmente estas preguntas: ¿Qué diferencias hay entre construir y hacer un esquema?, ¿qué es más fácil?, como futuros docentes ¿por qué debemos entender la diferencia entre construir y realizar un esquema para enseñar Geometría? En el colegio, ¿debemos usar construcciones o esquemas para enseñar Geometría clásica y, por qué?*

Ahora, continuemos con la lectura **de la UNIDAD 1 (Construcción en geometría euclidiana y herramientas disponibles para construcciones)**

## Actividades

### **ACTIVIDAD: construcciones y esquemas con SGD**

#### **Vamos a elaborar algunas construcciones y esquemas con software de Geometría**

**Dinámica SGD.** Observe cuidadosamente los videos propuestos en esta clase y realice las construcciones de la página 1 a la 6, que están detalladas, paso por paso, en el documento llamado: Construcciones\_geométricas\_con\_regla\_y\_compás.pdf. Además, debe construir los 10 ejercicios de la página siete.

#### **8. Consigna:**

- Observe cuidadosamente el video denominado *Copiar un SEGMENTO con regla y compás*. Este video corto ofrece una perspectiva sobre lo que es un esquema o una construcción tal cual como se hace con medidas o instrumentos graduados.
- Observe cuidadosamente el video denominado *construcción y esquema*. Este video muestra la construcción con los instrumentos de Euclides. Se refiere a la proposición 2 del primer libro de Euclides.  
Recomendación: Realice un resumen entre las principales diferencias mostradas entre la creación de esquemas y las construcciones de Euclides.
- Realice las construcciones de la página 1 a la 6, que están detalladas, paso por paso, en el documento llamado: Construcciones\_geométricas\_con\_regla\_y\_compás.pdf. Para esto, es obligatorio el uso del software libre GeoGebra.
- En la página 7 de este documento se encuentran 10 ejercicios (no resueltos). Debe

resolver la construcción de cada uno y enviarla en la zona de tareas.

- e. Por cada ejercicio debe crear un archivo ggb y subirlo a la plataforma en la zona de tareas. Nómbrelos como Nombre\_Apellido\_Geogebra\_N.ggb. Por ejemplo:  
Andrea\_Morales\_Geogebra\_05.ggb

9. **Evaluación:** El trabajo tiene un valor porcentual de 20% del curso y será evaluada:

- ii. El diseño correcto de cada construcción (2% cada una).

**Plazo** para la creación de la línea de tiempo: 8 días.

**RECORDATORIO DE ACTIVIDAD: FORO 2: Software de Geometría dinámica: concepto y características.**

**Se les recuerda que está activo el foro 2 que fue planteado en la clase 1.**

### **Bibliografía**

Díaz, P. (2000). *Las construcciones con regla y compas en la enseñanza de la Geometría.*

Didáctica de la Geometría. Universidad Nacional Abierta. pp. 30-35 Disponible en

<http://biblo.una.edu.ve/docu.7/bases/marc/texto/m2451b.pdf#page=30>

González-López, M. (2000). *La gestión de la clase de Geometría utilizando sistemas de*

*Geometría Dinámica.* Didáctica de la Geometría. Universidad Nacional Abierta. pp. 233-244

Disponible en <http://biblo.una.edu.ve/docu.7/bases/marc/texto/m2451b.pdf#page=30>

Morales-López, Y. (2018). *Construcciones geométricas y diseño básico de secuencias.* Unidad 1,

Fase 4. Manuscrito no publicado, Aprende Virtual – Universidad Técnica Nacional. Alajuela. **[link**

**será colocado cuando esté en el aula virtual]**

**Saludos, Yuri.**



## Clase 3

### Diseño básico de secuencias con recursos

Hola queridos estudiantes.

Debemos ir tratando de estructurar mentalmente el proceso que estamos viviendo y en el mundo que nos estamos moviendo. Hemos aprendido en nuestra primera clase sobre la importancia de la Geometría, su nacimiento y los distintos tipos de Geometría que podemos concebir. Nos centramos en el término de Geometría Dinámica y el procesamiento geométrico.

Luego, hemos trabajado sobre el concepto de construir en Geometría clásica y sobre el diseño de trazos o esquemas. Hemos aprendido a utilizar el GeoGebra como SGD para construir y para crear trazos.

Siendo conscientes del por qué de la Geometría, de las construcciones clásicas o los esquemas y del uso del software, podemos crear secuencias básicas de tareas matemática dirigidas y, con un avance paulatino y regulado desde el diseño de la actividad.

Ahora, vamos a tratar de integrar esto que hemos aprendido, de manera que podamos crear una estrategia básica para llevarlo al aula. Para esto vamos a usar una estrategia básica llamada **Clase tipo taller**.

La planificación de las actividades y la integración de recursos condicionan la calidad de la clase que estemos proponiendo. Veamos algunas de las características básicas sobre las clases tipo taller.



Características de una clase taller.

<https://www.youtube.com/watch?v=PwHGlyZghbA>

Según Poveda y Gamboa (2006, p.4), **algunas características son**

**El profesor es un guía.** *La función del profesor en los talleres es de guía para el estudiante. Éste debe limitarse a lo que el estudiante le consulta. También, debe velar para que el alumno no se desvíe del concepto al que se quiere llegar con la actividad.*

- **Clase activa.** *La lección de matemática se vuelve activa, en donde los estudiantes consultan al profesor o entre ellos mismos. Es normal que haya ruido.*
- **Estudiantes ágiles y lentos.** *Algunos estudiantes pueden realizar la actividad muy rápido y otros que durarán mucho. Por ejemplo en una actividad en donde hay que realizar cortes con tijeras o doblados de papel, no todos los estudiantes tienen la misma capacidad psicomotora. Este tipo de situaciones se deben resolver, de ser posible, antes de la aplicación.*
- **Atención individualizada.** *Se debe atender individualmente a cada estudiante o subgrupo.*

Estos mismos autores indican que una clasificación posible para las clases tipo taller puede ser: **los enfocados a escenarios de la vida real, al uso de materiales y al uso de tecnología.** Poveda y Gamboa (2006).

Vamos a realizar una actividad en la que podemos mostrar buena parte de lo que hemos aprendido y trabajar en equipo. Primero que nada, realicemos la lectura **de la UNIDAD 1 (Diseño básico de secuencias y clases tipo taller)**

A continuación, las actividades.

## Actividades

### **ACTIVIDAD WIKI: Diseño de un taller o secuencia para el abordaje de un concepto geométrico**

**Vamos a** diseñar una clase o secuencia de tareas basada en los ejemplos expuestos en la literatura, donde se empleen los conocimientos previos y el conocimiento en el programa de Estudios.

#### 10. **Consigna:**

- a. Lea, detalladamente el artículo denominado: *Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas.*
- b. Observe cuidadosamente el video denominado *Características de una clase taller.* Este video explica el concepto de clase tipo taller.
- c. Lea, detalladamente la ponencia: *Consideraciones, características, limitaciones y clasificación de una clase basada en talleres.*
- d. Lea, detalladamente el ejemplo 1: *Propuesta didáctica para la enseñanza y aprendizaje de álgebra y funciones: clases tipo taller.*
- e. Lea, detalladamente el ejemplo 2: *Integrando la computadora en la Enseñanza de la Matemática: Enseñanza de la Geometría en undécimo año de la educación media con aplicaciones del programa "GeoGebra"*
- f. El profesor creará grupos de cuatro personas y asignará un rol a cada uno.

Roles:

1. Rol de conocimiento en clases tipo taller. Será el estudiante que aporte todo lo relacionado a características generales, limitaciones, entre otros. Se basará principalmente en los

puntos a, b, y c.

2. Rol de conocimiento en talleres tipo 1. Será el estudiante que aporte todo lo necesario para aprovechar el ejemplo de los talleres llamado EJEMPLO1.
  3. Rol de conocimiento en talleres tipo 2. Será el estudiante que aporte todo lo necesario para aprovechar el ejemplo de los talleres llamado EJEMPLO2.
  4. Rol de conocimiento en los programas de estudio. Este estudiante será quien aporte lo necesario sobre el concepto geométrico que abordarán según el plan de estudios de secundaria vigente (debe investigar los objetivos, contenidos y elementos vinculados al concepto).
  5. Todos podrán modificar la Wiki.
- g. Analice cuáles son las partes o secciones que parecen comunes a los talleres ¿Qué secciones parecen más adecuadas que otras?
  - h. Utilizando la wiki designada por el profesor, diseñen una clase tipo taller para algún concepto geométrico del plan de estudios de Matemáticas vigente en Costa Rica.
  - i. La organización y la presentación de la Wiki es responsabilidad de todo el grupo (no hay una estructura determinada para la wiki)
  - j. La clase diseñada debe tener al menos dos secciones: una para el profesor y otra para el estudiante.
  - k. Agregue una última sección a la wiki donde expliquen las características, ventajas y desventajas que puede tener la actividad creada.

**Sugerencia:** para la organización y trabajo en equipo, pueden utilizar cualquier medio (whatsApp, Telegram (videoconferencias), Chat interno de Moodle, entre otros)

11. **Evaluación:** El trabajo tiene un valor porcentual de 15% del curso y serán evaluados:

- vi. Los elementos básicos en la redacción de una secuencia o clase tipo taller (2%).
- vii. La calidad de la secuencia o clase tipo taller presentada (4%)
- viii. Coherencia de la propuesta con los ejemplos 1 y 2, y con la lectura *Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas* (2%).
- ix. El uso de los recursos como construcciones, esquemas, entre otros, en los que se explote elementos que ofrecen los SGD, en especial, GeoGebra (4%)
- x. Co evaluación (3%).

**Plazo** 15 días.

### **Bibliografía**

Badilla, E. y otros (2004). Propuesta didáctica para la enseñanza y aprendizaje de Álgebra y funciones. (Tesis de Licenciatura). Universidad Nacional, Costa Rica. [Extracto pp. 244-246]. Disponible en [**ESTARÁ DISPONIBLE EN EL AULA VIRTUAL**]

Brenes, M. y Gutiérrez, M. (2010). Integrando la computadora en la Enseñanza de la Matemática: Enseñanza de la Geometría en undécimo año de la educación media con aplicaciones del programa "GeoGebra" . (Tesis de Licenciatura). Universidad Nacional, Costa Rica. [Extracto pp. 296-301]. Disponible en [**ESTARÁ DISPONIBLE EN EL AULA VIRTUAL**]

Gamboa, R. (2007). Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática* 2(3), 11- 44.

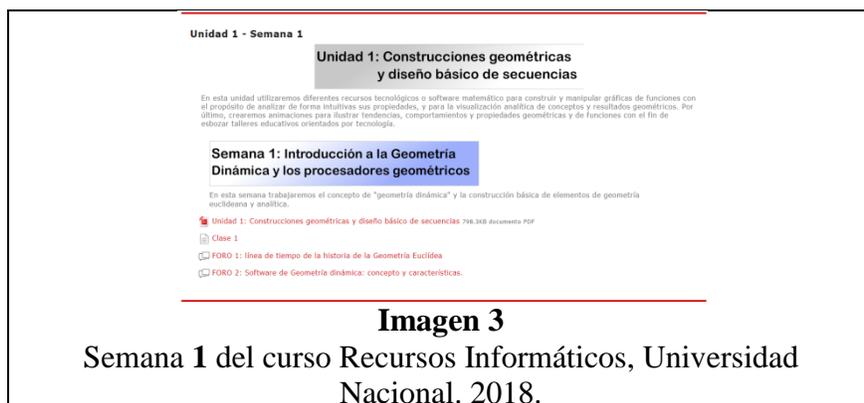
<https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/download/6890/6576>

Morales-López, Y. (2018). *Construcciones geométricas y diseño básico de secuencias*. Unidad 1, Fase 4. Manuscrito no publicado, Aprende Virtual – Universidad Técnica Nacional. Alajuela. **[link será colocado cuando esté en el aula virtual]**

Poveda, R., y Gamboa, R. (2006). Consideraciones, características, limitaciones y clasificación de una clase basada en talleres. I Encuentro de Enseñanza de la Matemática, UNED. Disponible en <https://www.uned.ac.cr/ecen/matematica/encuentros/2006/Ponencias/proceso-ensenanza/Consideraciones%20y%20clasificaci%C3%B3n-%20Ricardo%20Poveda,%20Ronny%20Gamboa.pdf>

**Saludos, Yuri.**

## 5. Captura de pantalla de las clases



Unidad 1 - semana 2

**Semana 2: Construcciones en Geometría Euclídea**

En esta semana realizaremos distintas construcciones clásicas y crearemos esquemas geométricos.

 Unidad 1: Construcciones geométricas y diseño básico de secuencias 798.3KB documento PDF

 Clase 2

 Construcciones y esquemas con SGD

 Didáctica de la Geometría 2.98B documento PDF

 Construcciones geométricas con regla y compás 129.1KB documento PDF

---

**Imagen 4**

Semana 2 del curso Recursos Informáticos, Universidad Nacional. 2018.

Unidad 1 - semana 3

**Semana 3: Diseño básico de secuencias con recursos**

En esta semana realizaremos el diseño de una secuencia de tareas bajo el modelo de clase tipo taller.

 Unidad 1: Construcciones geométricas y diseño básico de secuencias 798.3KB documento PDF

 Clase 3

 Ejemplo1 43.4KB documento PDF

 Ejemplo2 872.7KB documento PDF

 ACTIVIDAD WIKI: Diseño de un taller o secuencia para el abordaje de un concepto geométrico

---

**Imagen 5**

Semana 3 del curso Recursos Informáticos, Universidad Nacional. 2018.

## Clase 1



### Clase 1

#### Introducción a la Geometría Dinámica y los procesadores geométricos.

Hola queridos estudiantes,

Hey iniciamos uno de los estudios más interesantes y motivadores en torno a la educación matemática, y en especial, a la educación de la Geometría para secundaria.

Como futuros profesores tenemos muchas tareas en las manos y, entre tantas, tenemos la enorme necesidad de llegar a nuestros estudiantes con recursos cada vez más cercanos a su realidad y a sus futuras necesidades. Este es el caso de los tecnológicos.

Es lamentable que el uso de los recursos tecnológicos en la educación de la Geometría se centre en aplicaciones de dibujo y esquemas que, en muchas ocasiones, solo se justifican con el aprendizaje del software por sí mismo, y no por la utilidad profesional que debe darse a este tipo de recurso. Muchas veces los profesores no saben qué es construir o hacer un esquema con apoyo de software.

#### ¿Qué es la Geometría Dinámica? ¿Qué es un procesador geométrico?

Hey iniciamos una aventura por un mundo con varios escenarios. Este mundo es el que nos encontramos es el del uso inteligente de recursos tecnológicos para la educación de la Geometría, y tendremos tres aliados: la Geometría clásica, la historia y la tecnología.

Aunque ya el estudiante en este punto ha estudiado los fundamentos de la Geometría Euclídea como ente disciplinar, nos proponemos a entender un poco más sobre el cómo y el para qué de la educación en Geometría en nuestros colegios.

Nuestra primera parada en este viaje se entrama en una máxima que tiene la formación de docentes: **para poder integrar recursos adecuadamente, es fundamental conocer con qué lo estamos integrando.** Es decir, ¿Qué es la Geometría clásica?, ¿Cómo nació?, ¿Por qué fue y es útil?, ¿Y qué tipos de Geometría?, ¿Qué es la Geometría dinámica?, ¿Qué es un procesador geométrico?, entre otras preguntas. Si comprendemos esto, será mucho más sencillo integrar recursos de forma adecuada, desde la primera instancia.

Es necesario, primero que nada, tener una perspectiva amplia de lo que tenemos en las manos. Vamos a observar detalladamente el siguiente video que nos ofrece una introducción a los postulados de Euclides en el Libro de Euclides y el quinto postulado.



#### Los postulados de Euclides

Aunque el video es corto, nos ofrece un buen panorama.

El siguiente video realmente compone mejor el tejido alrededor de lo que estamos estudiando. Observemos el siguiente video con unos lentos especiales: trataremos de descifrar los fragmentos más importantes del nacimiento y evolución de la Geometría.

**¡OBSERVACIÓN!** Aunque el video es un tanto largo, debe esforzarse desde ya, para observar y detallar los puntos fundamentales de la historia desarrollada y las fechas indicadas en la chérra.



#### Nacimiento de la Geometría

### Actividades

Para poder dar sentido a todos los elementos desarrollados en esta clase, vamos primero a **leer cuidadosamente la UNIDAD 1 (contenidos de geometría y procesadores de texto)** y vamos a plantearnos dos actividades:

#### Linea del tiempo

Realizar individualmente una línea de tiempo en Timeline JS que determine los 10 eventos más relevantes en la historia alrededor de los elementos de Euclides, incluyendo en la misma, imágenes representativas (fotos, dibujo, entre otros), con el objetivo de sistematizar los elementos históricos trascendentales en el desarrollo de la historia de la Geometría Euclídea.

Consigna:

1. Observe cuidadosamente el video denominado *los postulados de Euclides*. Este video corto ofrece una perspectiva panorámica del tema que estamos abordando.
2. Observe cuidadosamente el video denominado *Nacimiento de la Geometría*. Este video, aunque extenso, nos permite tener una visión más detallada de esta temática.
3. Partiendo del video del punto b., determine los 10 eventos más relevantes en la historia alrededor de los Elementos de Euclides y su fecha aproximada.
4. Busque una fotografía digital o imagen que represente cada uno de los eventos descritos en el punto anterior.
5. Construya una línea de tiempo con la herramienta Timeline JS.
6. Ingrese al Foro 1 llamado: **línea de tiempo de la historia de la Geometría Euclídea** e incruste su línea de tiempo para compartir con sus colegas.
7. **Evaluación:** El trabajo tiene un valor porcentual de 5% del curso y será evaluado:
  - i. La calidad de la selección de los eventos trascendentales (2%).
  - ii. La calidad del detalle expuesto sobre el evento (2%).
  - iii. La pertinencia de la imagen seleccionada (1%).
  - iv. La puntualidad. Este elemento es transversal a toda actividad. Si no se envía en el periodo establecido, será calificado con cero (ficticio para las otras actividades).

#### FORO 1: línea de tiempo de la historia de la Geometría Euclídea

El objetivo de este foro es compartir la línea de tiempo creada en la actividad denominada *Creación de línea de tiempo*.

1. Incruste su línea de tiempo para compartir con sus colegas.
2. Comente los resultados de sus demás compañeros.
3. **Evaluación:** Es obligatorio la incrustación de la línea de tiempo; si no se realiza, obtendrá un cero en la actividad: Creación de línea de tiempo.

#### FORO 2: Software de Geometría dinámica: concepto y características.

El objetivo de este foro es compartir los distintos puntos de vista respecto al concepto, características y funcionalidades de los softwares de Geometría Dinámica.

1. **Consigna:**

1. Lea, cuidadosamente el contenido de las páginas web: *Comparación de procesadores geométricos y Mecanismos en un procesador geométrico*.
  2. Cada participante del curso debe hacer dos participaciones en el foro donde señale y ejemplifique, detalladamente dos funcionalidades del tipo de software.
  3. En estas dos participaciones ponga en evidencia las características de estos ejemplos que ha encontrado.
  4. Realice una participación más donde exponga una comparación entre uno de sus ejemplos y un ejemplo de otro colega.
  5. Se sugiere no dejar para el final del periodo sus participaciones. Sea proactivo y trate de generar diálogo alrededor de las participaciones de sus colegas.
2. **Evaluación:** El trabajo tiene un valor porcentual de 10% del curso y será evaluado:
- i. La calidad de la selección de los ejemplos de las funcionalidades (6%).
  - ii. La calidad de la comparación de funcionalidades con el aporte de otro colega (4%).

Plazo 15 días.

#### ACTIVIDAD OPCIONAL:

Aunque en el curso no son estudiados los elementos vinculados al quinto postulado de Euclides, se sugiere al estudiante que haga la lectura del siguiente documento para comprender con mayor detalle el desarrollo de las Geometrías no Euclídeas, que son, fundamentales en muchos campos profesionales actuales.

Echeverri, H. (2006). *El quinto postulado de Euclides*. *Revista Ispéresis*, 8(1), 10-27.

#### Bibliografía

- Echeverri, H. (2006). *El quinto postulado de Euclides*. *Revista Ispéresis*, 8(1), 10-27
- Miranda, Rafael (2005, agosto 9). *Comparación de procesadores geométricos*. *Geometría Dinámica*.
- Miranda, Rafael (2012, agosto 10). *Mecanismos en un procesador geométrico*. *Geometría Dinámica*.
- Miranda-López, Y. (2018). *Construcciones geométricas y diseño básico de secuencias*. Unidad 1, Fase 4. Manuscrito no publicado, Aprende Virtual – Universidad Técnica Nacional, Huespede.
- Rodríguez, M. (2009). *Maxima, un sistema libre de cálculo simbólico y numérico*. *Revista Suma*, 60(1), 7-29

Saludos, Yuri.

Última modificación: Thursday, 17 de May de 2018, 16:33

# Imagen 6

## Ejemplo de clase (clase 1) del curso Recursos Informáticos, Universidad Nacional. 2018.

AULA VIRTUAL    OTRAS AULAS VIRTUALES

Inicio Principal    Mis cursos    **FACTOS**    Unidad 1    semana 2    **ACTIVIDAD WIKI: Diseño de un taller o secuencia pa...**    Inicio    Ver

Buscar wiki

### ACTIVIDAD WIKI: Diseño de un taller o secuencia para el abordaje de un concepto geométrico



Vamos a diseñar una clase o secuencia de tareas basada en los ejemplos expuestos en la literatura, donde se empleen los conocimientos previos y el conocimiento en el programa de Estudios.

**1. Consigna:**

1. Lea detenidamente el artículo denominado: *Uno de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas*.
2. Observe cuidadosamente el video denominado *Características de una clase taller*. Este video explica el concepto de clase tipo taller.
3. Lea detenidamente la ponencia: *Consideraciones, características, limitaciones y clasificación de una clase basada en talleres*.
4. Lea detenidamente el ejemplo 1: *Propuesta didáctica para la enseñanza y aprendizaje de álgebra y funciones: clases tipo taller*.
5. Lea detenidamente el ejemplo 2: *Integración de computadores en la enseñanza de la Matemática: Enseñanza de la Geometría en entornos afín de la educación media con aplicaciones del programa "Geogebra"*.
6. El profesor creará grupos de cuatro personas y asignará un rol a cada uno.

**Roles:**

**Rol de conocimiento en clases tipo taller.** Será el estudiante que aporte todo lo relacionado a características generales, limitaciones, entre otros. Se usará principalmente en los puntos a, b, y c.

**Rol de conocimiento en talleres tipo 1.** Será el estudiante que aporte todo lo necesario para aprovechar el ejemplo de los talleres llamado EJEMPLO1.

**Rol de conocimiento en talleres tipo 2.** Será el estudiante que aporte todo lo necesario para aprovechar el ejemplo de los talleres llamado EJEMPLO2.

**Rol de conocimiento en los programas de estudio.** Este estudiante será quien aporte lo necesario sobre el concepto geométrico que abordarán según el plan de estudios de secundaria vigente (debe investigar los objetivos, contenidos y elementos vinculados al concepto). Todos podrán modificar la Wiki.

7. Analice cuáles son los puntos o secciones que parecen comunes a los talleres ¿Qué secciones parecen más adecuadas que otras?

8. Utilizando la wiki designada por el profesor, diseñen una clase tipo taller para algún concepto geométrico del plan de estudios de Matemáticas vigente en Costa Rica.

9. La organización y la presentación de la Wiki es responsabilidad de todo el grupo (no hay una estructura determinada para la wiki)

10. La clase diseñada debe tener al menos dos secciones: una para el profesor y otra para el estudiante.

11. Agregue una última sección a la wiki donde expliquen las características, ventajas y desventajas que puede tener la actividad creada.

**Sugerencia:** para la organización y trabajo en equipo, pueden utilizar cualquier medio (whatsapp, Telegram (videoconferencias), Chat interno de Moodle, entre otros)

**1. Evaluación:** El trabajo tiene un valor porcentual de 15% del curso y serán evaluados:

- i. Los elementos básicos en la redacción de una secuencia o clase tipo taller (2%).
- ii. La calidad de la secuencia o clase tipo taller presentada (4%).
- iii. Coherencia de la propuesta con los ejemplos 1 y 2, y con la lectura *Uno de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas* (2%).
- iv. El uso de los recursos como construcciones, esquemas, entre otros, en los que se exhibe elementos que ofrecen los SGD, en especial, Geogebra (4%).
- v. Co evaluación (3%).

Plazo 15 días.

Ver    Editar    Comentarios    Historia    Mapa    Archivos    Administración

Versión imprimible

index

## Imagen 7

### Ejemplo de actividad: Wiki (clase 3) del curso Recursos Informáticos, Universidad Nacional. 2018.

# **DOCUMENTOS ELABORADOS**

# Guía didáctica Recursos Informáticos MAC 404

## 1. Fundamentación de la materia



En este curso se pretende que el estudiante se familiarice con los recursos tecnológicos, específicamente en el área de Educación Matemática y será el pilar para que el participante conciba el uso de estos recursos como un elemento integral dentro de su profesión. Aunque siempre es notable explorar distintas oportunidades que ofrecen los recursos tecnológicos, muchos de los peligros que se corren al incorporarlos proceden del desconocimiento de esta integración como un proceso formal, donde el papel del futuro educador es valorar su pertinencia, emplearlos de forma ordenada y sistemática, y evaluando continuamente en búsqueda de posibles mejoras.

Aprender a utilizar adecuadamente estos recursos es indispensable en una Carrera que pretende la formación de futuros educadores con altas capacidades tanto técnicas, como académico-profesionales que le permitan una futura labor docente competente.

Este curso se encuentra en el tercer ciclo semestral de la carrera y para este momento ya se han atendido en su formación elementos claves de las operaciones y álgebra en los números reales y complejos, lógica matemática, y paralelamente, son atendidos los temas vinculados a relaciones, funciones y geometría euclidiana clásica. Considerando esto, el curso se incorpora en este momento de la carrera para dar integración y complementariedad al estudio de las funciones y la geometría desde distintos enfoques y representaciones semióticas: dibujos, esquemas, construcciones geométricas tipo regla compás, tablas de valores, gráficos, algebrización, entre otros.

La comprensión del uso de los recursos que serán estudiados en este curso reside en la capacidad esperada de navegar y vincular las distintas representaciones de objetos matemáticos y sus propiedades. Para esto se desarrollarán e identificarán los rasgos característicos y funcionalidades de los distintos recursos.

Se espera que el estudiante sea capaz de planificar guías básicas para abordaje de distintas temáticas y motive en sus estudiantes, el enlace entre distintas representaciones y los conceptos que estudia. Tales guías o estrategias también serán refinadas durante los distintos cursos de la Carrera desde enfoques educativos específicos y alimentados con distintas estrategias didácticas.

[Volver al inicio](#)

---

## 2. Objetivos Generales y Específicos



El objetivo general del curso es que el estudiante desarrolle habilidades en la utilización de recursos tecnológicos para fortalecer los procesos cognitivos a través de distintas representaciones de los objetos matemáticos y sus características.

Se espera que al finalizar el curso se hayan promovido (pero no finalizado) en el estudiante las siguientes habilidades específicas:

1. Modelar matemáticamente algunas situaciones reales simples para reconocer la importancia de la matemática en la vida cotidiana.
2. Mediar pedagógicamente el contenido matemático para el mejoramiento de los procesos de aprendizaje en diferentes ambientes educativos.
3. Diseñar, seleccionar y aplicar estrategias elementales o secuencias de tareas para la comprensión óptima del contenido disciplinar.
4. Incorporar dentro de distintas tareas, recursos tecnológicos que permitan mediar pedagógicamente, con el fin de potenciar los estilos y ritmos de aprendizaje del estudiantado.

[Volver al inicio](#)

---

### 3. Contenidos



A continuación, se detallan los contenidos del curso.

Unidad	Tema	Contenidos
1	1. Construcciones geométricas	Geometría Dinámica y procesadores geométricos. Construcciones en geometría euclidiana. El compás idealizado de Euclides. Problemas de construcción en los <i>Elementos</i> de Euclides. Construcciones en procesadores geométricos. El concepto de arrastrar o <i>drag</i> . Herramientas disponibles para construcciones y diseño de construcciones particulares.
	2. Diseño básico de secuencias con recursos	La tecnología como recurso. Tecnologías en la educación matemática, distintas representaciones o registros. Clases tipo taller. Características de clases tipo taller.
2	3. Hoja de cálculo	Ambiente del entorno en una hoja de cálculo. Referencia entre hojas y libros. Operaciones básicas con celdas. Funciones predeterminadas: numéricas, estadísticas, lógicas y gráficas. Conectivas lógicas y condicionales. Macros.
3	4. Sistemas algebraicos computacionales	Ambiente del entorno en un Sistema Algebraico computacional. Aritmética, álgebra, ecuaciones, tablas numéricas, graficación de distintas funciones.
4	5. Herramientas para composición de textos científicos.	Editores de texto, plugings, el sistema de topografía TEX. El caso particular de LaTeX. Creación de documentos básicos (preámbulo y cuerpo). Texto matemático, listas, referencias e inclusión de imágenes.
5	6. Presentaciones digitales básicas	Concepto de diapositiva, inclusión de textos matemáticos, formatos y fuentes. Características de una presentación digital.

[Volver al inicio](#)

#### 4. Metodología de Trabajo



Se espera que el estudiante asuma un papel crítico y proactivo, explorando sobre las temáticas y el uso de los recursos. Aunque existe una componente práctica en el uso de recursos, este curso no se basa en meros aspectos técnicos, sino que, hace un fuerte llamado a valorar en cada etapa su papel como futuro profesor integrador de tecnologías y su vínculo directo con la educación matemática. El foco teórico sobre recursos informáticos en la Educación Matemática será un tema visible a través del curso mediante la revisión y estudio de la bibliografía que se proporciona.

El rol del facilitador es ser un guía, quien mediará y orientará al participante en las distintas unidades, aclarando dudas y regulando adecuadamente las actividades para el alcance del nivel esperado.

La plataforma utilizada en el curso será la plataforma oficial de la UNA: Aula Virtual (<http://www.aulavirtualid.una.ac.cr/login/index.php>) y el curso en esta plataforma se denomina: *Recursos Informáticos MAC404*. La matriculación en el Aula Virtual está vinculada al sistema de Matrícula oficial de la Universidad Nacional.

Semana a semana serán abiertos los temas del curso que se han detallado en la sección de contenidos. En una página llamada *clase de la semana* se orientará el trabajo y se realizará los lunes (UTC-6). Cada actividad tendrá una descripción que guiará al estudiante.

Si existieran dudas sobre las actividades, el primer canal de comunicación será a través de los foros de dudas de cada Unidad temática. Será menester de los estudiantes el participar activamente en estos foros, tanto expresando dudas y consultas, como colaborado en posibles soluciones a los problemas expresados por los compañeros. En segundo lugar, se empleará la mensajería interna de la plataforma del Aula Virtual de la UNA para atender consultas específicas. Será prohibido enviar tareas y actividades por ese medio, pues cada una tendrá un lugar para compartirlo al docente.

##### *Acceso a la plataforma*

Todo estudiante tiene acceso a la plataforma mediante el explorador de Internet que elija. La clave de acceso es la *clave unificada de matriculación* y es responsabilidad del

estudiante obtenerla en el Departamento de Registro, así como su resguardo y buena utilización según la normativa de claves institucionales.

Ante una eventual caída de la plataforma, el profesor utilizará el correo oficial de la UNA, el cual también ha sido habilitado al estudiante (@est.una.ac.cr), para instrucciones específicas ante una situación similar.

Para todas las actividades que se han planteado, se ofrece un lapso importante de tiempo, por lo que situaciones particulares como caída de fluido eléctrico, de acceso a computadora o Internet, deben ser previstas por el estudiante, principalmente, en la distribución del tiempo destinado al curso.

#### *Entrega de trabajos en la plataforma*

Cada actividad tendrá una hora de apertura y una hora de cierre. Es trabajo del estudiante respetar este tiempo pues refleja, en particular, la responsabilidad y puntualidad en el curso, así como la capacidad de administrar el tiempo que este curso virtual requiere. Cuando una actividad culmina no existe posibilidad de adjuntar archivos, a menos que el profesor así lo indique. Aun cuando el facilitador permita la subida extemporánea de actividades, esto será tomado en la calificación de la misma, que inclusive puede ser un cero (0) por la no entrega a tiempo. Siempre se registra la hora y día de entrega de actividades en el Registro de Actividades del Sistema, por lo que, ante cualquier duda, se validará el cumplimiento o incumplimiento a través de este registro de la plataforma oficial de la Universidad Nacional.

#### *Redacción y ortografía*

Este curso corresponde a una carrera de formación docente en matemáticas. Como tal, es de suma importancia la redacción correcta de ideas como una competencia de comunicación. En general, debe ser usada la redacción científica normada por las reglas lingüísticas del Español. A esto se suma, la utilización adecuada de vocabulario y ortografía correspondiente a un profesional, promoviendo lenguaje inclusivo y evitando siempre lenguaje y escritura discriminatoria o sexista, ambigüedades, expresiones coloquiales o jerga cultural al momento de comunicar sus ideas.

#### *Originalidad*

Todos los trabajos que son desarrollados por los estudiantes deben ser de autoría propia o coautoría según la actividad. En el momento que se hace el envío o entrega de una

actividad, se asume la responsabilidad sobre los documentos y el contenido que ha sido expresado como propio por el estudiante. Con el envío en línea, el estudiante garantiza al facilitador la originalidad del mismo.

En este curso se siguen los lineamientos expresados en el *REGLAMENTO GENERAL SOBRE LOS PROCESOS DE ENSEÑANZA Y APRENDIZAJE DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL* para la confección y entrega de actividades y evaluaciones, en especial:

*ARTÍCULO 24. PLAGIO: Se considera plagio la reproducción parcial o total de documentos ajenos presentándolos como propios. En el caso que se compruebe el plagio por parte del estudiante, perderá el curso. Si reincide será suspendido de la carrera por un ciclo lectivo, y si la situación se repite una vez más, será expulsado de la Universidad (pp. 9-10)*

*ARTÍCULO 25. COPIA Se considera copia todo documento o medio no autorizado utilizado de manera subrepticia por el estudiante durante una prueba evaluativa. De comprobarse la copia en la realización de una evaluación, esta será calificada con nota de cero y el estudiante perderá el porcentaje correspondiente a esa evaluación, independientemente de la eventual sanción disciplinaria establecida en la normativa institucional. (p.10).*

Si se detecta plagio o copia en los trabajos o actividades, se iniciarán los procesos correspondientes para las medidas indicadas en los artículos supracitados.

[Volver al inicio](#)

## 5. Evaluación de los aprendizajes



El curso considera tres tipos de evaluación: la diagnóstica, la formativa y la sumativa. Las evaluaciones diagnóstica y formativa no tienen valor porcentual en la nota.

### Evaluación Diagnóstica

Al inicio del curso se aplicará un instrumento en línea para determinar los conocimientos previos respecto al uso de la computadora, conocimiento de elementos básicos de Internet y algunos software específicos.

### Evaluación Formativa

- Autoevaluación: Durante el ciclo se aplicarán dos tipos distintos instrumentos que permitirán al estudiante valorar, formativamente, el trabajo que realiza; esto para que pueda conocer los logros alcanzados en cada área temática.

- i. El primer tipo son laboratorios opcionales de práctica sobre elementos técnicos en construcciones geométricas, funciones matemáticas en hojas de cálculo y sistemas algebraicos computacionales, y procesamiento de texto científico. Se realiza uno semanalmente.
  - ii. El segundo tipo es una encuesta donde se consultará sobre sus avances desde su perspectiva. Estos se aplicarán una vez finalizado cada unidad temática.
- b) Coevaluación: se abrirán foros de consultas y dudas para que los estudiantes valoren y aporten retroalimentación a las propuestas de sus compañeros en las distintas actividades.

### **Evaluación Sumativa**

- a) *Un foro* de participación obligatoria en modalidad virtual, basado en dos lecturas seleccionadas por los docentes. Esta actividad es individual y se llevará a cabo de la semana 1 la semana 3 y su valor será de 15%.
- b) Consiste en el diseño de una secuencia de tareas o clase tipo taller sobre Geometría que pueda ser abordada mediante el uso de software. La modalidad de trabajo es *flipped classroom* y se realiza en grupos de cuatro personas. Para esto habrá un trabajo asincrónico que se realiza de forma individual y otro sincronizado entre los integrantes del grupo. Se realiza entre la semana 2 y 3 y su valor es de 15% del curso.
- c) *Un Ensayo*, donde se profundice uno de los temas considerados en las lecturas abarcadas en el foro. Esta actividad será en parejas, se llevará a cabo de la semana 4 a la semana 8 y tiene un valor del 20% de la nota del curso.
- d) *Una presentación digital* del ensayo elaborado. Para esto, cada pareja realizará una presentación digital sobre su contenido considerando las características de formato de las presentaciones analizadas durante el curso. Esta actividad será en parejas, se llevará a cabo de la semana 9 a la semana 13 y tiene un valor del 20% de la nota del curso.

- e) *Cuatro laboratorios* que se realizarán al final del bloque correspondiente, mediante un enfoque práctico donde se pongan en manifiesto las habilidades y conocimientos técnicos desarrollados hasta el momento con un examen en línea: *Unidad 1* (semana 3, 10%), *Unidad 2* (semana 9, 10%), *Unidad 4* (semana 15, 10%). En cada laboratorio se proporcionarán los lineamientos específicos.

La suma de los porcentajes alcanzados en cada actividad proporciona la nota del curso. Las fechas de las evaluaciones son las siguientes:

<b>Evaluación</b>	<b>Semana</b>
Foro (15%)	Inicia: semana 1 Termina: semana 3
Flipped Classroom (15%)	Inicia: semana 2 Termina: semana 3
Ensayo (20%)	Inicia: semana 4 Termina: semana 8
Presentación (20%)	Inicia: semana 13 Termina: semana 16
Laboratorio de Unidad 1 (10%)	Semana 3
Laboratorio de Unidad 2 (10%)	Semana 9
Laboratorio de Unidad 4 (10%)	Semana 15
<b>Total 100%</b>	

La nota mínima para aprobar el curso es de 70 (escala de 0 a 100). Por la naturaleza del curso no existe ampliación o examen extraordinario.

El participante que por enfermedad o por fuerza mayor no puede efectuar una actividad o laboratorio en línea, debe presentar al profesor, por escrito en la Dirección de la Escuela de Matemática, la justificación o comprobante médico original en un tiempo límite de cinco días hábiles a partir de la fecha en que se realizó. Solo se justifican las situaciones contempladas en el reglamento respectivo. Si es aceptada, de común acuerdo con el estudiante, se fijará la fecha de realización, dentro de los ocho días hábiles siguientes a la presentación de la justificación. En caso de no aceptarse la justificación, el estudiante puede apelar ante la Dirección de la Escuela de Matemática.

El retiro justificado del curso se realiza a través del estudio que se solicita a la Escuela de Matemática y, en ningún caso, el profesor justificará el retiro de un estudiante.

[Volver al inicio](#)

## 6. Cronograma de Trabajo



A continuación, se detalla el cronograma de trabajo del curso.

Unidad	Tema	Duración en Semanas	Semana
1	1. Construcciones geométricas	1	Geometría Dinámica y procesadores geométricos. Construcciones en geometría euclidiana. El compás idealizado de Euclides. Problemas de construcción en los <i>Elementos</i> de Euclides.
		1	Construcciones en procesadores geométricos. El concepto de arrastrar o <i>drag</i> . Herramientas disponibles para construcciones y diseño de construcciones particulares.
	2. Diseño básico de secuencias con recursos	1	La tecnología como recurso. Tecnologías en la educación matemática, distintas representaciones o registros. Clases tipo taller. Características de clases tipo taller.
2	3. Hoja de cálculo	1	Ambiente del entorno en una hoja de cálculo. Referencia entre hojas y libros.
		1	Operaciones básicas con celdas.
		1	Funciones predeterminadas: numéricas, estadísticas, lógicas y gráficas.
		1	Conectivas lógicas y condicionales
		2	Macros
3	4. Sistemas algebraicos computacionales	1	Ambiente del entorno en un Sistema Algebraico computacional.
		1	Aritmética, álgebra, ecuaciones, tablas numéricas.
		1	Graficación de distintas funciones.

Unidad	Tema	Duración en Semanas	Semana
4	5. Herramientas para composición de textos científicos.	1	Editores de texto, plugings, el sistema de topografía TEX. El caso particular de LaTeX. Creación de documentos básicos (preámbulo y cuerpo).
		2	Texto matemático, listas, referencias e inclusión de imágenes.
5	6. Presentaciones digitales básicas	1	Concepto de diapositiva, inclusión de textos matemáticos, formatos y fuentes. Características de una presentación digital.

[Volver al inicio](#)

## 7. Presentación del tutor



Hola. Mi nombre es Yuri Morales López. Soy profesor de matemáticas desde el 2000. He trabajado en varios lugares y modalidades. Trabajé en una cárcel de menores en un programa de educación abierta; luego en un colegio en zona de riesgo bajo el mismo programa. He laborado en educación secundaria formal nocturna y diurna. Hace varios años ingresé como académico a la Escuela de Matemática Universidad Nacional, donde actualmente laboro.

He participado en varios proyectos de investigación en mi institución y en proyectos internacionales; también me he desempeñado como asesor privado. En 2012, inicié mi labor como editor de la Revista Uniciencia en la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. En este momento soy el director de la misma. He tenido la oportunidad de participar en varios congresos y he escrito algunos artículos de interés científico.

Vivo en Heredia, provincia de Costa Rica, y donde también se encuentra la sede principal de la Universidad Nacional: Omar Dengo.

Creo fielmente que la tecnología nos ofrece oportunidades de explorar e investigar sobre elementos que mejoren algunos procesos educativos actuales, pero tales oportunidades no aparecen de la nada ni de la improvisación.

Michelle Artigue, en una conversación indicaba que, al menos en educación matemática, es posible que el mayor daño y desprestigio sobre la utilidad de las TIC no lo hayan provocado quienes la rechazan *ad portas*, sino más bien, quienes adoptaron la tecnología ciegamente, sin pensar, sin reflexionar, sin integrarla en el proceso educativo, sin métodos sistemáticos y sin planificación adecuada. El daño real está en los procesos de incorporación de recursos que por una mezcla de frenesí e ignorancia sobre investigación educativa han querido justificar su uso a través de ejercicios y conclusiones de trabajos bastante mal formulados, sin referentes teóricos ni sistematización de experiencias previas.

Es nuestro interés en este curso, dar algunas herramientas tanto técnicas como académicas para explorar el notable mundo de los recursos informáticos en Educación Matemática. Espero que podamos darnos una idea, al menos inicial, de la complejidad del fenómeno que atendemos.

No pretendemos agotar el tema de los recursos, pues este será abordado por ustedes junto a nosotros hasta su último día en esta carrera, y cada vez que reflexionemos sobre recursos educativos. ¡Este es un tema de por vida!

Los invito a sacar el mejor provecho del curso que tenemos en las manos.

Sean todos bienvenidos.

Yuri.

---

[Volver al inicio](#)

BACHILLERATO Y LICENCIATURA EN ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

**Curso: Recursos Informáticos  
MAC-404**

I Ciclo 2018

UNIDAD 1

**Construcciones  
geométricas y  
diseño básico de  
secuencias**

Profesor: Yuri Morales

Versión 0.1 / abril, 2018.

## Contenido

Geometría, Geometría Dinámica y procesadores geométricos .....	3
Geometría .....	3
Geometría dinámica y el concepto de arrastrar o <i>drag</i> . .....	5
Procesadores geométricos.....	6
Construcciones en geometría euclidiana .....	6
La regla y compás idealizados de Euclides. ....	7
Problemas de construcción en los Elementos de Euclides. ....	7
Construcciones en procesadores geométricos. ....	8
Herramientas disponibles para construcciones y diseño de construcciones particulares. ....	10
Diseño básico de secuencias con recursos .....	11
La tecnología como recurso. ....	12
Tecnologías en la educación matemática, distintas representaciones o registros .....	12
Clases tipo taller. ....	14
Características de clases tipo taller .....	14
Bibliografía.....	16

## Geometría, Geometría Dinámica y procesadores geométricos



### Geometría

Uno de los temas de estudio más interesantes en la matemática es la Geometría. Empecemos por sentar algunos términos de referencia sobre lo que trataremos. El término Geometría procede del latín *geometría* que refiere a *Geo*-Tierra y *Metría*-medida. Básicamente es la disciplina encargada del estudio de las medidas y las figuras en el plano y en el espacio.

Esta definición no es para nada trivial pues nos limita y ordena la idea de lo que la Geometría es. Lo que se nos enseña hoy en los colegios está muy ligado a lo que es tangible, a lo que podemos ver y medir. Por ejemplo, nos es directo lo que nos enseñan sobre el tamaño de un edificio, la distancia entre nuestra casa y nuestro centro de estudio, la medida de nuestra palma; esto también se traslada a las formas: la forma rectangular o cuadrada de mi mesa, la forma triangular de algunos tejados, entre otros. Pero la realidad es un poco distinta y es que la Geometría del colegio no es la única.

Normalmente tendremos dos vistazos: la geometría plana y tridimensional basada en la geometría Euclídea y la geometría Analítica que se basa en el plano cartesiano simple y puntos de referencia. El asunto es que existen otras geometrías que nos ayudan a explicar mejor otros elementos que son muy comunes: la distancia que recorre un avión entre Argentina y New York, la distancia entre un punto en Costa Rica y un satélite en órbita (basta ver el GPS que tenemos en los teléfonos actuales), entre otros. Por ejemplo, los topógrafos, los controladores aéreos, físicos, entre muchos otros, deben abordar el estudio de estas geometrías.

“La Geometría Euclidiana se define como una ciencia axiomática-deductiva, conformada por axiomas los cuales permiten deducir propiedades de la geometría” (Gómez, 2015, p.3).

Lo que se estudia en los colegios está básicamente centrada en la Geometría de Euclides, la cual es llamada así pues fue Euclides quien alrededor de los años 300 AD escribió el tratado denominado: *Elementos de Euclides*, que concentró mucho del

conocimiento que se había desarrollado en este campo por su civilización griega y algunas civilizaciones anteriores (babilónica, egipcia, entre otros).



Papiro de Oxirrinco (P.Oxy I 29) que muestra un fragmento de los Elementos de Euclides. Descargada de <http://www.math.ubc.ca/~cass/Euclid/papyrus/tha.jpg>

Un gran logro de Euclides en este libro, y por lo que pasó a la historia fue que “sintetizó, resumió y sistematizó todo el conocimiento matemático previo y, en particular, a través de un método que echaba mano de la lógica: la axiomática” (Ruiz, 1997, p. 11).

Este autor agrega que, “si bien las matemáticas no son reducibles a puras deducciones lógicas con base en axiomas, nadie puede negar que estos asuntos han sido y seguirán siendo muy importantes para todas las dimensiones de las matemáticas. Y, por lo tanto, para su aprendizaje y enseñanza” (Ruiz, 1997, p. 45).

*Los Elementos* contiene **13 capítulos o libros**, 465 proposiciones, 23 definiciones y 5 postulados.

1. Por dos puntos distintos pasa una recta.
2. Toda recta puede extender indefinidamente.
3. Con un punto como centro y un radio se puede trazar una circunferencia.
4. Todos los ángulos rectos son iguales entre sí.
5. Si una secante corta a otras dos rectas de tal modo que los ángulos interiores del mismo lado suman menos que dos rectos, al prolongar indefinidamente estas dos rectas, se cortan en ese mismo lado.

Para una versión gratuita en línea de los Elementos de Euclides se puede visitar [http://www.euclides.org/menu/elements\\_es/p/indiceeuclides.htm](http://www.euclides.org/menu/elements_es/p/indiceeuclides.htm)

Estos postulados fueron planteados como verdaderos y, a partir de ellos, se derivan muchos resultados y teoremas. Es necesario apuntar que el quinto postulado fue por cientos de años el punto de estudio de muchos matemáticos, pues, como ciertamente se mostró, no necesariamente es una verdad necesaria.

Según (Alegria, s.f., p. 3), “los postulados 1 y 3 constituyen el escenario de las **construcciones con regla y compás** que fueron típicas hasta mediados del siglo XIX. Se puede decir que están basados en experiencias prácticas”.

### Geometría dinámica y el concepto de arrastrar o *drag*.

Para comprender el concepto de qué es Geometría Dinámica es más fácil empezar por lo que no es. No es una disciplina de estudio de la geometría pues, realmente, no es ni una disciplina. Al tener computadores que nos permiten digitalizar nuestros dibujos y nos permiten hacer esquemas y otros elementos, y “arrastrarlos” por un lienzo virtual se genera una idea de dinamismo de los objetos virtuales, que no es un estudio geométrico.

Nick Jackiw y Steve Rasmussen fueron los primeros en utilizar el término de Geometría Dinámica siendo un concepto muy genérico que distingue al **software** que permite: “la transformación continua en tiempo real a menudo llamada “**arrastrar**”” (Goldenberg y Cuoco, 1998, p. 351). La persona que usa el software pueda mover elementos, principalmente, con el fin de observar características del objeto geométrico.

Sandoval (2009, p. 6) señala una de las principales características al tratarlo como:

Un instrumento semiótico que exhibe su fuerza en la manera como responde al problema del objeto geométrico. A partir de ahí, el razonamiento geométrico puede verse enriquecido por los modos de argumentación que se hacen viables al acercar la percepción y el razonamiento.

Así, cuando nos referimos a Geometría Dinámica, realmente se está hablando de software que permite las transformaciones mencionadas.

## Procesadores geométricos

Los procesadores geométricos son el tipo de software que permite dibujar y mover objetos de la geometría tradicional (puntos, rectas, segmentos, rayos, semirrectas, planos, entre otros) en función de las relaciones geométricas.

La construcción realizada se “redibuja” acorde a las transformaciones que se desean realizar, manteniendo sus propiedades. Las propiedades no son más que las características con las que fue construido el objeto o figura, originalmente.

### Construcciones en geometría euclidiana



Como se ha mencionado, Euclides logró dar sentido a la Geometría desde un punto de vista axiomático deductivo, entonces la primera pregunta que nos puede surgir es: ¿Cómo hablar de construcciones geométricas dentro de un sistema axiomático?

Hasta ahora, hemos intencionalmente evitado tener que distinguir dos elementos. Es necesario comprender que *dibujar un esquema* y *construir* en Geometría tienen una connotación muy distinta. Dibujar un triángulo, un segmento, un rayo parece ser tareas sencillas, pero cómo estamos seguros, por ejemplo, que al construir un cuadrado tratando de unir cuatro segmentos de igual medida, también preservamos ángulos rectos para cada par de segmentos consecutivos. El gran dilema que enfrentamos ahora es el de la exactitud.

Imagine esta situación: Tomemos una regla y dibujemos un segmento de 5 cm. ¿Podríamos estar de alguna manera completamente seguros de que mide 5cm exactos? ¡La respuesta es no! Si tenemos una regla con milímetros o décimas de milímetros, será sencillo observar que no es exacto.

Si lo reflexionan un poco, verán que el problema de por medio en la construcción y exactitud, realmente es que cualquier instrumento de medición diseñado por nosotros tendrá inexorablemente un margen de precisión o de error. Esto es parte de nuestra condición humana.

Recapitulando, tenemos dos asuntos en las manos: 1. Justificar construcciones en un sistema que solo admite demostraciones, partiendo de axiomas y postulados y, 2)

instrumentalizar conceptos con artefactos que no tengan atados a asuntos como la precisión y el error.

### La regla y compás idealizados de Euclides.

La respuesta de Euclides es que si no tenemos posibilidad de diseñar los instrumentos, al menos podemos idealizarlos, es decir, que lo primero que se pensó es en cuáles son los instrumentos ideales.

La respuesta propuesta fue diseñar dos únicos instrumentos:

1. *La vara*, que sería el equivalente a una regla, con tres condiciones.
  - a. Que tenga longitud infinita.
  - b. Que no tenga ningún tipo de marca que permita medir.
  - c. Que sea imposible hacer una marca sobre ella.
2. *Un compás*, muy similar al que usamos hoy con una única condición: una vez que el compás se levanta del papel se contrae, automáticamente, perdiendo cualquier longitud que haya usado.

Estos dos instrumentos fueron los conceptos que permitieron el desarrollo de construcciones geométricas consideradas como válidas en matemáticas.

### Problemas de construcción en los Elementos de Euclides.

Como se indicó, los postulados uno y tres nos permiten hacer varias construcciones a partir únicamente del uso de los instrumentos ideales de Euclides pues solo requerimos saber cómo hacer rectas y circunferencias (cuyos radios miden igual). Existen al menos 38 proposiciones en los capítulos del libro de Euclides relacionadas con construcciones.

Vamos a tratar en el siguiente ejemplo de dar una idea de la problemática alrededor de las construcciones.

Trataremos de hacer un segmento congruente a otro original llamado segmento AB, de tal forma que el punto C, extremo del segundo segmento no sea parte del segmento original. Ver Figura 1.

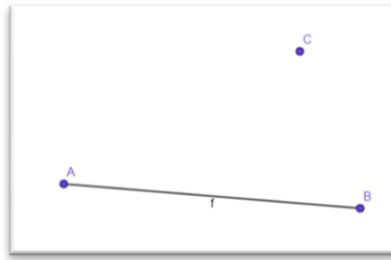


Figura 1. Construcción de un segmento congruente a otro dado.

Lo primero que podríamos pensar es medirlo (medida  $f$ ) con la vara y simplemente dibujar otro de igual medida en otro lugar que termine en el punto C. Esto contradice lo que la vara puede hacer: con la vara es imposible medir ni hacer marcas.

Entonces, dado el segmento original, podríamos abrir el compás y poner las puntas en los extremos del segmento. El problema sería que no podemos levantar el compás de los puntos A y B pues perdemos la medida (el compás se contrae).

Hasta este punto debemos entender que la complejidad radica ahora en usar estos instrumentos imaginarios, que mantienen la rigurosidad que Euclides les confirió al hacerlos ideales.

### Construcciones en procesadores geométricos.

En un procesador geométrico cualquiera, es normal encontrar herramientas que permiten simplificar procesos. Por ejemplo, en GeoGebra, basta con seleccionar el comando o botón “Segmento de longitud dada” y realizaríamos un segmento de la medida de AB, pero con extremo en C.

Lo que se realizó en la siguiente instrucción fue notar que la medida era 7.79 y se utilizó el botón mencionado tocando a C y dando la medida 7.79. Esto realizaría el **dibujo** que deseamos. Ver Figura 2.

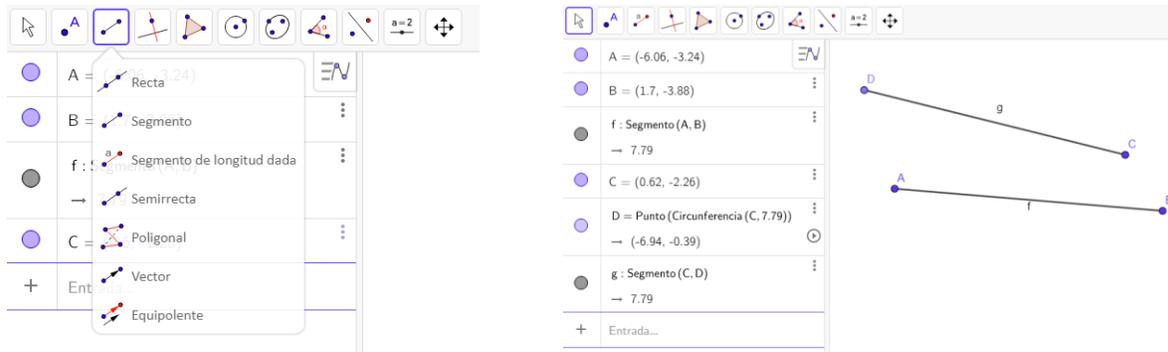


Figura 2: **Dibujo** de un segmento de igual medida a otro en un procesador geométrico.

Este proceso sería el equivalente virtual de usar la regla que tiene medidas y es la solución obvia con los instrumentos actuales. Pero insistimos: ¡los instrumentos de Euclides no tienen medidas!

Ahora, realicemos **la construcción** para esto en el GeoGebra.

*Libro 1 de Euclides - Proposición 2: Construir un segmento congruente a uno dado y con un punto dado como punto final.*

En términos equivalentes: Dados tres puntos A, B y C, construir un punto F tal que  $AF=BC$

<p>1. Coloquemos tres puntos no colineales A, B y C (con el botón de punto). Realicemos dos circunferencias de radios AB y BA (el botón de circunferencia, centro, radio). Llamemos a un punto de intersección como punto D.</p>	
<p>2. Ahora, construimos la intersección entre la circunferencia con centro B y radio BC, y el rayo DB. Lo llamaremos punto E.</p>	

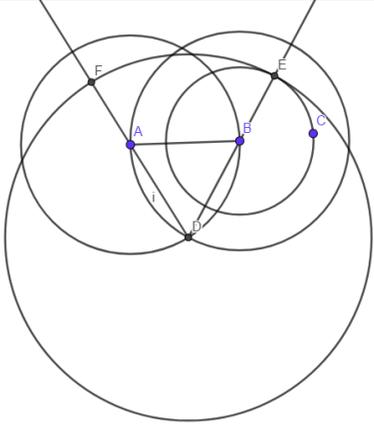
<p>3. Construimos la circunferencia con centro D y radio en E, y lo intersecamos con el rayo DA. Llamémoslo punto F.</p>	
<p>4. Construyamos los segmentos AF y BD con el botón de segmento, y ocultamos con el botón derecho todos los otros elementos (objeto visible desactivado)</p>	
<p>5. Podemos arrastrar A, B o C y observamos la preservación de <math>AF=BC</math></p>	

Figura 3. Construcción de un segmento congruente a otro dado.

Es posible percibir que la **construcción** no es tan sencilla como lo es **dibujar** con la regla o compás actual. Lo que se pretende con la construcción es poder asegurar, dados los postulados uno y tres, que lo construido es congruente, sin saber ni importar las medidas.

Herramientas disponibles para construcciones y diseño de construcciones particulares 

Existen muchos software que han sido desarrollados en el contexto de los procesadores geométricos. Detallar cada uno sería una tarea exhausta e inevitablemente inconclusa, pues todo software tiene sus propias características. Algunos software conocidos son Cabri II Plus, Calques 3D, CaR, CaRMetal, Cinderella, GCLC, GeoGebra, Geometria, Geometrix, Geometry Expressions, GeoNext, Géoplan-Géospace, GeoProof, GEUP, iGeom, Kig, Live Geometry, Sketchpad, Tabula, Tabulae, Cabri 3D, Archimedes Geo3D, GEUP 3D y GeoGebra 3D, aunque esta lista no es exhaustiva (para conocer sobre las características de cada uno puede referirse, en primera instancia, a [https://en.wikipedia.org/wiki/List\\_of\\_interactive\\_geometry\\_software](https://en.wikipedia.org/wiki/List_of_interactive_geometry_software))

En este curso se usará el software GeoGebra el cual está disponible de forma gratuita en [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org). Según Castellanos (2012, p. 46), las principales actividades que este software permite son:

- 1) *Construir en forma precisa y rápida usando los componentes básicos de la geometría.*
- 2) *Razonar y comprender a cerca de las relaciones geométricas entre diferentes objetos.*
- 3) *Controlar el aspecto gráfico de una figura, usando simplemente el mouse.*
- 4) *Ejecutar cálculos de medida.*
- 5) *Manipular las figuras geométricas y observar las semejanzas y diferencias entre ellas.*
- 6) *Repetir las construcciones las veces que ellos necesiten hacer, es decir observar los pasos que se siguieron para realizarlas.*
- 7) *Hacer las conjeturas respectivas de las construcciones realizadas.*
- 8) *Imprimir sus construcciones.*

### Diseño básico de secuencias con recursos



Ahora, abordaremos un asunto que debe ser de sumo interés para cualquier educador de matemáticas, y principalmente, aquellos que se encuentran en formación inicial. Cuando aprendemos a usar una tecnología, esta debe tener un sentido, y no aprenderla por sí misma.

Noten que realmente en los párrafos anteriores hemos incluido algunos elementos del software como apoyo a nuestro quehacer. Entonces, ¿por qué este curso se llama recursos informáticos?; pues bien, no nos interesa mucho aprender GeoGebra por sí mismo, pues ya de por sí, muchos manuales existen en Internet. Nos interesa encontrar sentido a las construcciones y dibujos que hacemos ahí, y poder comprender la diferencia. Nos interesa que podamos descubrir características y propiedades de los objetos geométricos, pero para esto, los objetos deben estar bien construidos. GeoGebra, al igual que muchos software nos permiten construir muchas figuras con un par de clics: triángulos, rombos, deltoides, entre otros, y en algunas ocasiones será de mucha utilidad hacerlos rápidamente. El hecho es que ya sea una construcción o un dibujo, el futuro profesor de matemáticas debe saber diferenciarlos, de tal manera que permita a los estudiantes descubrir propiedades. Y a los estudiantes, ¿debemos enseñarles las construcciones de Euclides? No. No necesariamente. Mucho depende del objetivo que tengamos en mente.

### La tecnología como recurso.

Tenemos que apalear a la preparación profesional adecuada para distinguir que el objetivo de un conocimiento no está en dependencia de los instrumentos (o software). Si usted como docente estudia y diseña una secuencia de tareas en búsqueda que el estudiante genere por sí mismo un conocimiento y la cual depende de construir al estilo de Regla-compás de Euclides, pues es válido.

Si usted diseña una secuencia de tareas cuyo objetivo es alcanzable a través de los objetos geométricos sin tener que construirlos, también es válido. Un ejemplo clásico sería la mediatriz de un segmento: un estudiante puede comprender que es la mediatriz sin la necesidad de construirla como se sugiere en los libros de Euclides.

La tecnología no trae impresa la generación de conocimiento sea un software o hardware. Es un instrumento que puede ser utilizado de forma adecuada o no. Es tarea nuestra poder justificar su valor dentro de un contexto específico. Tal como indican Morales y Poveda “usar un software, un retroproyector, acceso a Internet y el email, de forma desligada, ofrecen muy pocos elementos claros para desafiar las rutas tradicionales de aprendizaje” (2013, p. 7) y podemos agregar en el contexto de este trabajo que,

Es fácil encontrar muchas experiencias que se reducen a la implementación de una o dos sesiones en donde se utiliza Geogebra® u otros recursos para introducir un tema o guiar una exposición donde se reduce todo el entorno, comúnmente tradicional, a un espacio de algunos minutos para este fin (Morales, 2014, p. 116).

### Tecnologías en la educación matemática, distintas representaciones o registros

Muchas experiencias con el uso de recursos en educación matemáticas son transmitidas como “clichés”. Por ejemplo, *dibujemos una recta, veamos si el valor de la pendiente es negativa, positiva y cero*. En mi experiencia, esta actividad es una de las más frecuentes y es el mejor ejemplo de una reducción absurda del uso de recursos.

“La bibliografía internacional ya muestra que la investigación en educación matemática y TIC ha avanzado lo suficiente para sobrepasar

estas pseudoactividades y proponer un entorno distinto de aprendizaje”  
(Morales, 2014, p. 116).

En Educación Matemática, las actividades que realizamos en búsqueda de la construcción de conocimiento requieren de ciertas características que aporten valor sustantivo.

En algunos casos, las actividades podrían tener una fuerte componente del contexto vivencial, otras, una fuerte componente en la resolución de problemas, o en la historia o en el contexto socio-laboral. No podemos pretender que una actividad basada en seguir una secuencia de pasos, selección de comandos y botones, por si sola, genere en los estudiantes, un conocimiento concreto. Esta premisa es válida en cualquier nivel educativo de la educación formal.

Junto a esto, la tecnología nos permite navegar entre distintos mundos. Nos permite abordar problemas desde la visualización espacial hasta un sistema lógico axiomático. La matemática nos permite mirar los objetos desde distintos signos o registros (tablas, gráficas, dibujos, construcciones geométricas, algebrización de conceptos y lenguaje común). Esto es básicamente: semiótica en los conceptos matemáticos.

Las actividades que diseñemos no pueden estar aisladas de distintos registros que permitan al estudiante interiorizar lo que está trabajando. La configuración adecuada de estos registros y la forma en que los integramos en un contexto es parte de lo que justifica el valor de una actividad. Tal como indica Gamboa (2007),

El uso de varios sistemas de representación y de la tecnología permite dar significado concreto a los conocimientos matemáticos. De esta forma, la construcción de un concepto se dará a través de la coordinación, libre de contradicciones y utilizando diferentes representaciones relacionadas con el mismo concepto (p.22).

Este es un vistazo sobre la necesidad de crear actividades valiosas en situaciones de aprendizaje de las matemáticas. En los siguientes apartados mencionaremos una estrategia básica para dar sentido a las actividades con el uso de recursos tecnológicos.

## Clases tipo taller



Una Clase tipo taller es una estrategia para crear actividades básicas con el fin de estructurar una secuencia de tareas en un orden lógico y con una intención clara.

En palabras de Poveda y Gamboa, es “aquella en la que el profesor prepara una guía de trabajo o actividad de acuerdo con un objetivo, para que el estudiante la desarrolle, partiendo de lo sencillo a lo complejo y que con la ayuda de material concreto, situaciones del entorno, o tecnología, entre otros, se logre un aprendizaje significativo” (2006, p. 1)

Es el objetivo de la unidad que estamos estudiando preparamos para crear de forma básica, pero inteligente, actividades tipo taller con el uso de recursos tecnológicos. Utilizaremos el software GeoGebra como procesador geométrico seleccionado.

Un asunto que es necesario aclarar es que como actividad, la clase tipo taller goza de cierta independencia y en teoría debe ser autosuficiente; si bien debe estar completamente justificada, la clase tipo taller es un elemento integral del abordaje de un tema específico.

### Características de clases tipo taller

Mencionaremos algunos elementos que deben ser tomados en cuenta sobre sus características. La clase tipo taller,

1. *no es el planeamiento de la lección.* La clase tipo taller es una actividad donde interviene un planeamiento conveniente, y una serie de tareas secuenciadas adecuadamente que han sido estudiadas para un objetivo específico.
2. *No es omnipotente.* No es posible pretender que una actividad de estas sirva tanto para introducir un tema, como practicarlo y concretar conocimiento. Es imposible atender todo el proceso educativo con una clase tipo taller.
3. *Es un recurso más.* Su incorporación en el aula también debe ser razonada. Como todo recurso, es necesario discernir cuándo es conveniente y cuándo conviene más otro tipo de abordaje.
4. *Debe ser una guía, y no más que eso.* El objetivo no es aislar a los estudiantes sino que el profesor acompañe de forma adecuada el proceso, evalúe los errores de los estudiantes, los reoriente y, registre y realice el cierre correcto de lo pretendido.

Poveda y Gamboa (2007, p. 2), agregan que,

- *El profesor es un guía. La función del profesor en los talleres es de guía para el estudiante.*
- *Clase activa. La lección de matemática se vuelve activa, en donde los estudiantes consultan al profesor o entre ellos mismos. Es normal que haya ruido.*
- *Estudiantes ágiles y lentos. Algunos estudiantes pueden realizar la actividad muy rápido y otros que durarán mucho. Por ejemplo en una actividad en donde hay que realizar cortes con tijeras o doblados de papel, no todos los estudiantes tienen la misma capacidad psicomotora. Este tipo de situaciones se deben resolver, de ser posible, antes de la aplicación.*
- *No es atractiva para todos. Los docentes al aplicar un taller no podemos pretender que a todos los estudiantes les guste la actividad a realizar.*
- *Atención individualizada. Se debe atender individualmente a cada estudiante o subgrupo.*

Realizar una actividad tipo taller no es una tarea sencilla. Pretendemos en este curso poder acercarnos a la creación de estas actividades. No pretendemos agotar el tema, pues su creación será elemento de estudio en próximos cursos sobre didáctica y didácticas específicas en educación matemática y donde se contrastarán las clases tipo taller con otras actividades que pueden ser elaboradas en la búsqueda de construcción de conocimiento por nuestros estudiantes.

## Bibliografía



- Alegría, P. (s.f.). *Las demostraciones geométricas*. Documento en línea. Disponible en <http://www.ehu.eus/~mtpalezp/demogeo.pdf>
- Castellanos, I. M. (2012). *Visualización y razonamiento en las construcciones geométricas utilizando el software Geogebra con alumnos de II de Magisterio de la E.N.M.P.N.* Alicante: Biblioteca Virtual Miguel de Cervantes, 2012. Recuperado a partir de <http://www.cervantesvirtual.com/nd/ark:/59851/bmcc25h7>
- Gamboa, R. (2007). Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática* 2(3), 11- 44. <https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/download/6890/6576>
- Goldenberg, E. P. y Cuoco, A. A. (1998): What is Dynamic Geometry? En Lehrer R. y Chazan D. (Eds) *Designing Learning Environments for Developing Understanding of Geometry and Space*. Lawrence Erlbaum Associates, Publishers, Mahwah.
- Gómez, D. (2015). *Geometría No Euclidiana*. Memoria para optar al título de profesor de enseñanza media en Educación Matemática. Universidad de Bio Bio. Disponible en [http://repopib.ubiobio.cl/jspui/bitstream/123456789/1181/1/Gomez\\_Cisterna\\_Daniel.pdf](http://repopib.ubiobio.cl/jspui/bitstream/123456789/1181/1/Gomez_Cisterna_Daniel.pdf)
- Morales, Y (2014). Propuesta de aprendizaje bimodal para mejorar los primeros cursos de matemática en la universidad. La situación de la Universidad Nacional. *Tecnología en Marcha*. 27 (2), 107-116. Recuperado de: [http://revistas.tec.ac.cr/index.php/tec\\_marcha/article/view/1931](http://revistas.tec.ac.cr/index.php/tec_marcha/article/view/1931)
- Morales, Y. & Poveda, R. (2013). *Plataforma educativa nacional para la formación continua de docentes de matemáticas en Costa Rica*. En: Rodríguez, E. Actas del VII Congreso Iberoamericano de Educación Matemática CIBEM 7, 7030-7037. Montevideo. Descargado de <http://www.cibem.org/7/actas/pdfs/53.pdf>
- Poveda, R y Gamboa, P. (2007). *Consideraciones, características, limitaciones y clasificación de una clase basada en talleres*. Memoria I Encuentro Enseñanza de la Matemática UNED, Universidad Estatal a Distancia. Disponible en <https://www.uned.ac.cr/ecen/matematica/encuentros/2006/Ponencias/proceso-ensenanza/Consideraciones%20y%20clasificaci%C3%B3n-%20Ricardo%20Poveda,%20Ronny%20Gamboa.pdf>
- Ruiz, A. (1997). *Geometrías No Euclidianas: Breve Historia de Una Gran Revolución Intelectual*. EUCR: San José. Disponible en <http://www.centroedumatematica.com/aruiz/libros/Geometrias%20No%20euclidianas.pdf>
- Sandoval, I. (2009). La geometría dinámica como una herramienta de mediación entre el conocimiento perceptivo y el geométrico. *Educación matemática*, 21(1), 5-27. Recuperado de [http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1665-58262009000100002&lng=es&tlng=es](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-58262009000100002&lng=es&tlng=es)

## Conclusiones

En el contexto costarricense, históricamente la formación de profesores de secundaria ha vivido entre dos mundos disimiles y en franca lucha. Por un lado, los que enseñan la matemática como disciplina y ciencia abstracta, y por otro, quienes enseñan las pedagogías generales. Lamentablemente, la formación de educadores ha sido fragmentada y pocas veces se logró integrar razonablemente ambos campos.

Tal partición no solo generó una poca o nula formación en didácticas de las matemáticas, sino que creó una visión muy reducida sobre importancia de la disciplina de Educación Matemática. Consecuentemente, se ha empobrecido o reducido a una mínima expresión el estudio de otros elementos, como por ejemplo, los recursos tecnológicos. Sin embargo, la oportunidad que se ha presentado con este cambio curricular es el resultado del interés de los académicos por dar sentido a una formación de calidad y pertinente a los profesionales que ocupa el país.

En el caso de este proyecto, se han obtenido dos tipos de resultados. De forma directa se ha generado una propuesta de reestructuración del curso MAC 404 Recursos Informáticos bajo un enfoque virtual para atender las necesidades de conocimientos y habilidades perseguidas en el programa de estudio BLEM-2017. Asimismo, se diseñó una propuesta sobre las áreas temáticas y saberes, se estructuró una secuencia para su abordaje, se creó material y se configuró un aula virtual donde se alojan las clases y actividades.

Es relevante señalar que tales resultados explícitos han sido el producto del estudio de las necesidades directas que el curso debe atender, del contexto y de las oportunidades que ha abierto este proyecto. Tal tarea que fue emprendida, aunque compleja, ha generado un insumo de alta calidad que tiene el potencial para consolidar este curso como uno de los pilares en la formación de docentes en el tema de tecnologías.

La forma en que se ha integrado el conocimiento disciplinar en matemáticas (Geometría), la Historia y los recursos tecnológicos (tanto en recursos como en el ambiente virtual) y la forma en que se ha hecho énfasis en tareas con mayor riqueza de procesos a los realizados tradicionalmente son, posiblemente, los dos puntos más importantes de este proyecto.

En adición, quedó en amplia evidencia la integración inteligente de los conocimientos adquiridos durante el proceso de formación en la Maestría en Entornos Virtuales de Aprendizaje de la cual se desprende este proyecto.

De manera indirecta, y aunque es pronto para tan siquiera sugerir algunos resultados de los cursos implementados en estos tres semestres, se puede argumentar que el esfuerzo empleado en este proyecto abre muchas oportunidades de innovación no solo en este curso, sino en los planos curriculares verticales y horizontales de la carrera.

Este proyecto crea un punto de referencia para reconsiderar el papel de la tecnología en la formación, no únicamente desde el desarrollo del contenido (aprender tecnología), sino sobre la manera de preparar a los docentes y los nuevos espacios de formación, como el bimodal y virtual.

No obstante, hay claridad de que esta propuesta es solo uno de los posibles detonadores de oportunidades para el mejoramiento paulatino de otros cursos de la carrera. Si bien, como se ha señalado, fueron alcanzados todos los objetivos de esta fase del proyecto, es conveniente tener un panorama más amplio sobre posibles limitaciones en la prontitud en la que puede penetrar este proyecto en la forma en que se comprenden las tecnologías en la carrera de la UNA. Es decir, un cambio de tal magnitud es solo sensible de conocer a mediano y largo plazo.

Finalmente, está claro que quedan cuestiones abiertas a discusión sobre el diseño de otros materiales del curso y su implementación. Será necesario en un futuro cercano, valorar estos productos en la práctica y entablar procesos de investigación-acción que permitan conocer adecuadamente su impacto en la formación de profesores de matemática de secundaria en Costa Rica.